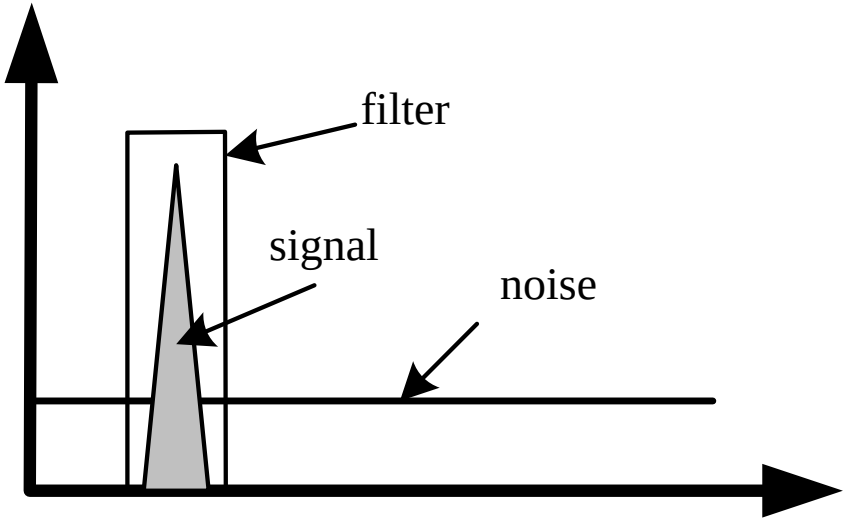
اندازه گیری سیگنالهای ضعیف با روش های همزمان

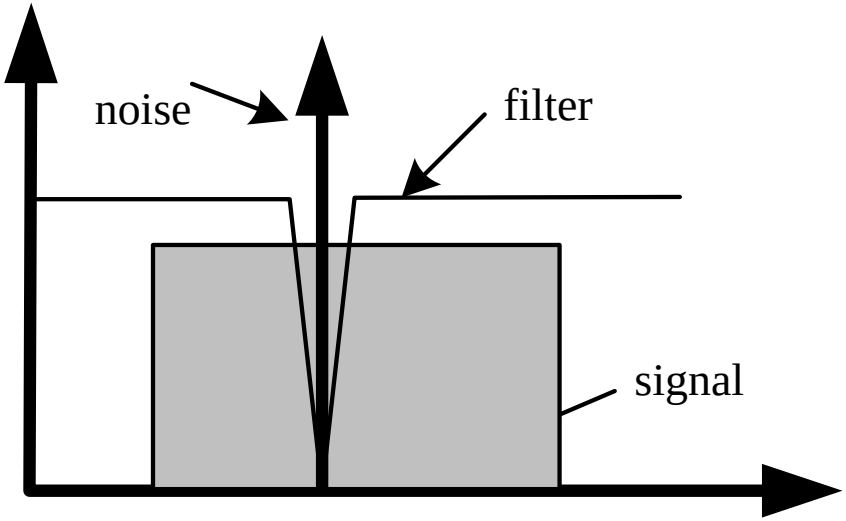
ابزاردقیق الکترونیکی پیشرفته

معرفی مباحث

- معرفی کلیات روشهای همزمانی
  - مثال
- معرفی Lock-in Amplifier
  - روشها
- حذف نویز Uncorrelated
  - قابلیتها و محدودیتها
- چند مثال

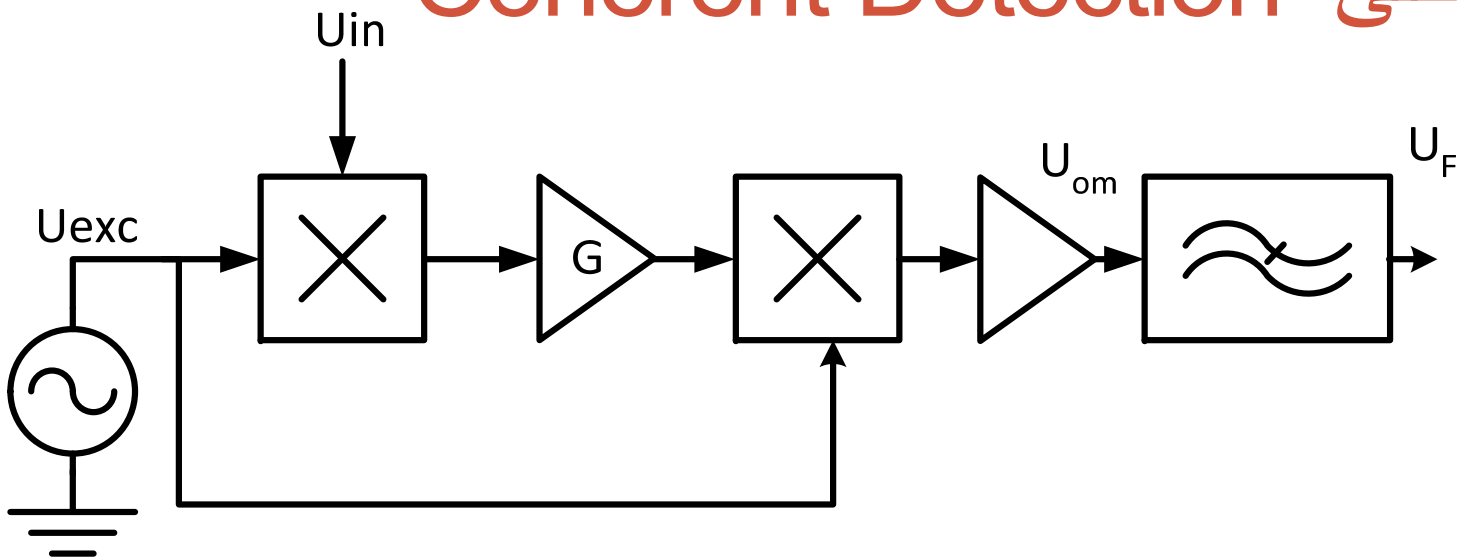
تقویت سیگنال در حضور نویز زیاد





- سیگنال با عرض باند کم در حضور نویز با عرض باند وسیع
- سیگنال با عرض باند وسیع در حضور نویز با عرض باند کم
  - حذف نویز
  - استفاده از فیلتر LP یا BP
- مشکلات بالقوه:
  - نیاز به فیلتر با Q بسیار بالا در صورت بالابودن سطح نویز
  - تغییر فرکانس پیک فیلتر در صورت تغییر فرکانس سیگنال (نویز)

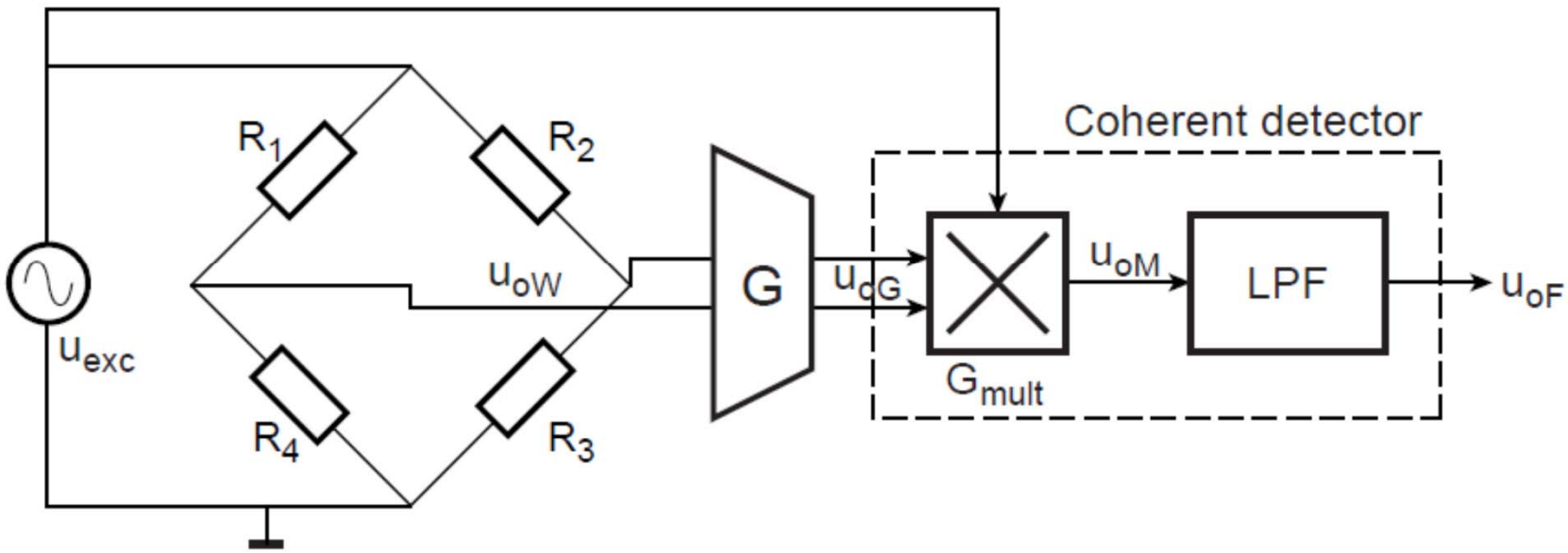
ایده کلی Coherent Detection



- مدوله کردن سیگنال سنسور با یک سیگنال تحریک متناوب
- تقویت سیگنال مدوله شده
- دمدوله کردن سیگنال تقویت شده با سیگنال تحریک (یا نمونه سنکرون آن)
- فیلتر پایین گذر سیگنال دمدوله شده و تقویت

- حذف نویز تقویت کننده بدون نیاز به فیلتربا Q بالا و نگرانی از جابجایی فرکانسی

Coherent Detection تحلیل



- تحلیل بر اساس مثال پل وتستون:

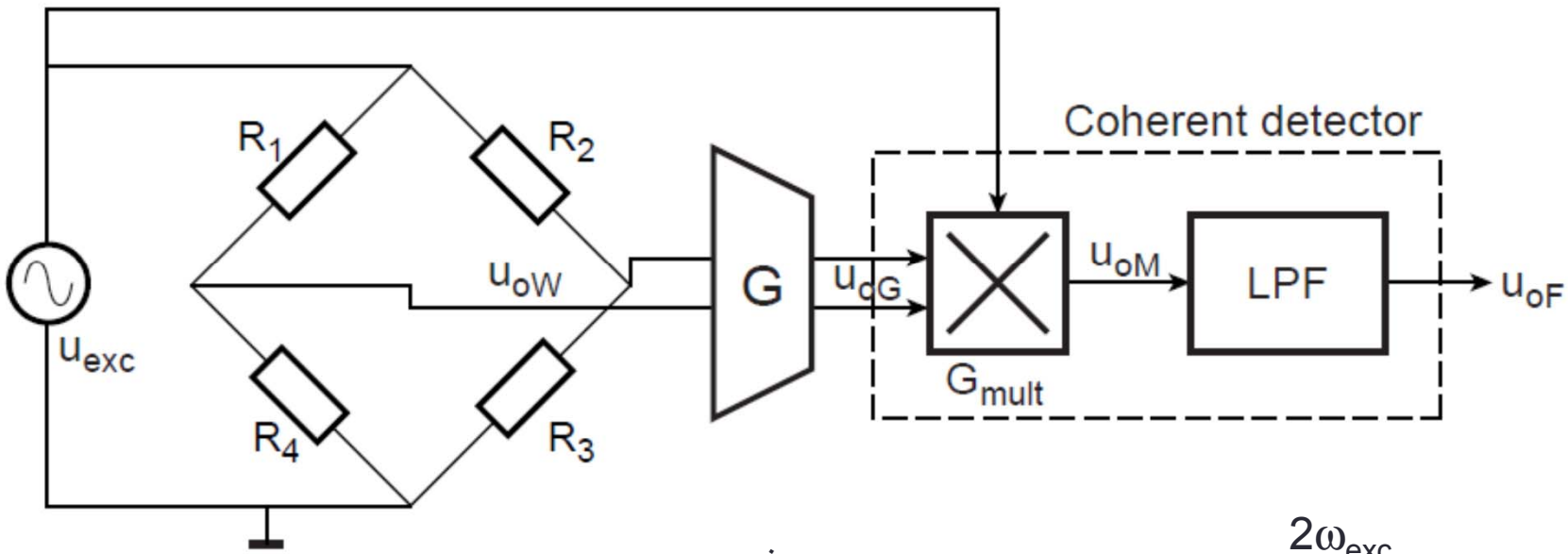
$$u_{exc} = \hat{u}_{exc}\sin(\omega_{exc}t)$$

$$u_{oG} = G\hat{u}_{exc}(\Delta R/R)\sin(\omega_{exc}t+\varphi)$$

- ϕ: اختلاف فاز سیگنال تحریک و خروجی سنسور

$$u_{oM} = G_{mult} \times G \times \left\{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)\hat{u}_{exc}\sin(\omega_{exc}t+\varphi)\right\} \times \hat{u}_{exc}\sin(\omega_{exc}t)$$

تحلیل Coherent Detection



صفر

$2\omega_{exc}$

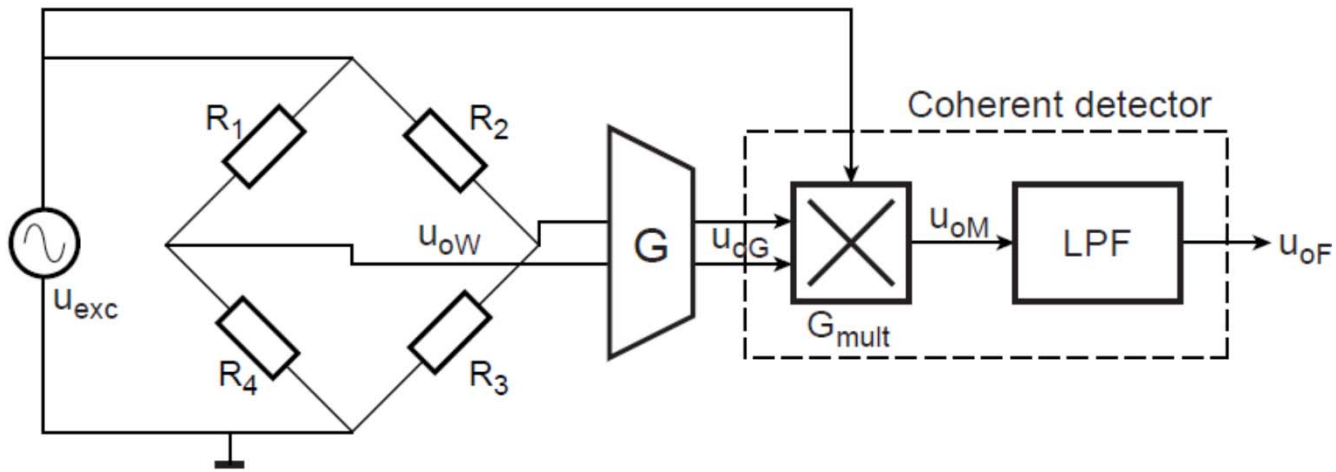
$$u_{oM} = G_{mult} G \frac{\hat{u}_{exc}^2}{2} \frac{\Delta R}{R} \left[\cos\left(\left(\omega_{exc} - \omega_{exc} \right) t + \varphi \right) - \cos\left(\left(\omega_{exc} + \omega_{exc} \right) t - \varphi \right) \right]$$

- با فرض $\omega_{LPF} \ll \omega_{exc}$

$$U_{oF} = G G_{mult} G_{LPF} \frac{\hat{u}_{exc}^2}{2} \frac{\Delta R}{R} \cos(\varphi)$$

- خروجی DC: تابع دامنه تغییرات سنسور، بهره های مسیر تقویت، کسینوس اختلاف فاز سیگنال تحریک و خروجی سنسور

Coherent Detection تحلیل



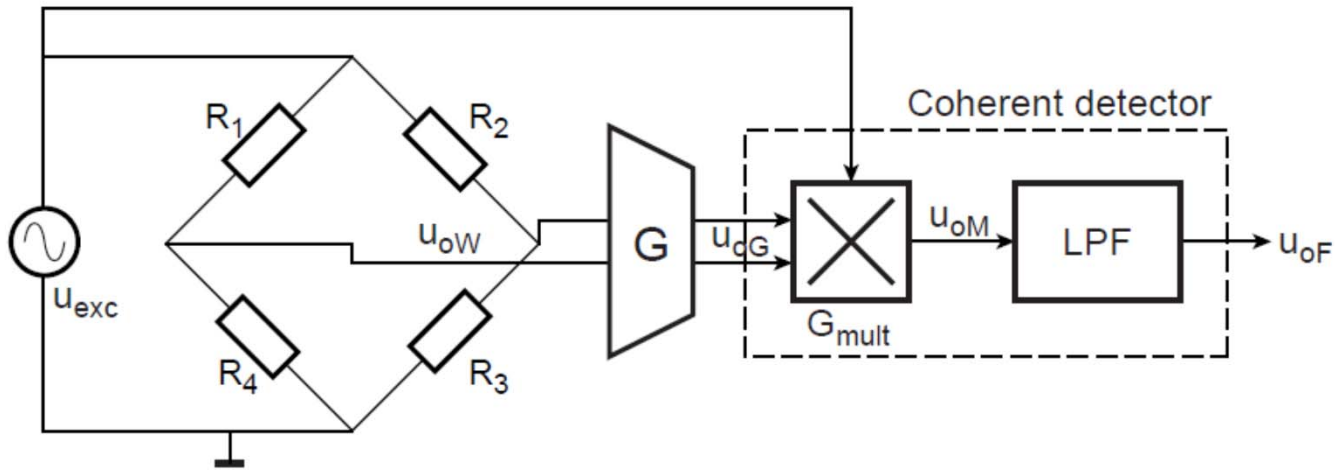
- محدودیت فرکانس تغیرات سنسور نسبت به فرکانس تحریک
- در مثال، فرض کنید سیگنال مکانیکی با فرکانس ω_ε به سنسور اعمال شده
- ؟

$$(\Delta R/R)u_{exc}(\omega_{exc}) = k_\varepsilon \varepsilon(\omega_\varepsilon) u_{exc}(\omega_{exc})$$

$$u_{oG} = G \times \hat{u}_{exc} \left\{ k_\varepsilon \hat{\varepsilon} \cos(\omega_\varepsilon t) \right\} \sin(\omega_{exc} t + \varphi) =$$

$$G \frac{\hat{u}_{exc} k_\varepsilon \hat{\varepsilon}}{2} \left[\sin\left((\omega_{exc} + \omega_\varepsilon) t + \varphi \right) + \sin\left((\omega_{exc} - \omega_\varepsilon) t + \varphi \right) \right]$$

Coherent Detection تحلیل



- محدودیت فرکانس تغیرات سنسور نسبت به فرکانس تحریک

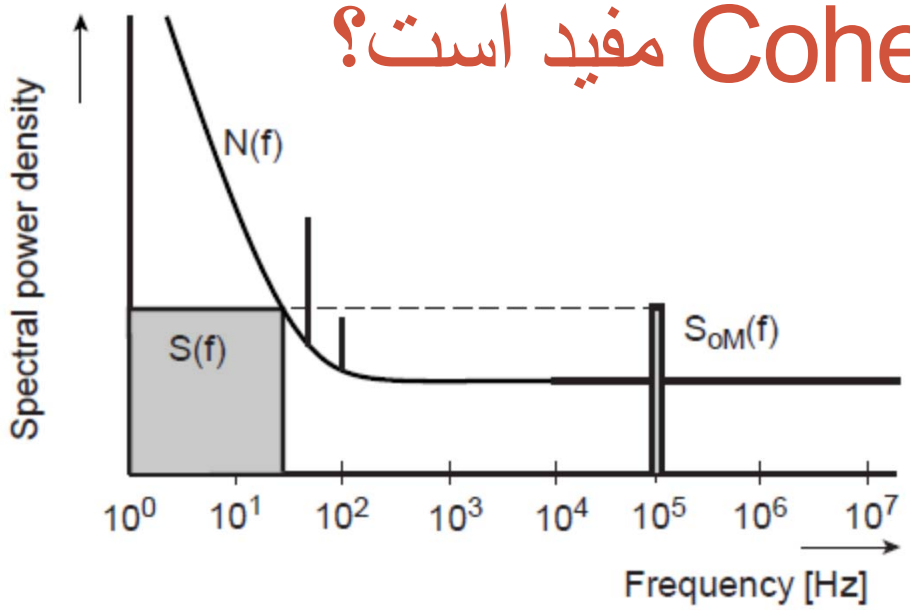
$$u_{oM} = G_{mult} \times G\frac{\hat{u}_{exc} k_\varepsilon \hat{\varepsilon}}{2}\left[\sin\left((\omega_{exc}+\omega_\varepsilon)t+\varphi\right)+\sin\left((\omega_{exc}-\omega_\varepsilon)t+\varphi\right)\right]\times \hat{u}_{exc}\sin(\omega_{exc}t) =$$

$$G_{mult} G\frac{\hat{u}_{exc}^2 k_\varepsilon \hat{\varepsilon}}{4}\left[2\cos(\omega_\varepsilon t)\cos(\varphi)-\cos\left((2\omega_{exc}+\omega_\varepsilon)t+\varphi\right)-\cos\left((2\omega_{exc}-\omega_\varepsilon)t+\varphi\right)\right]$$

- با فرض: $\omega_\varepsilon \ll \omega_{LPF} \ll \omega_{exc}$

$$U_{oF} = G G_{mult} G_{LPF} \frac{\hat{u}_{exc}^2 k_\varepsilon \hat{\varepsilon}}{2}\cos(\omega_\varepsilon t)\cos(\varphi)$$

چرا Coherent Detection مفید است؟



- حذف اثر مولفه های فرکانس پایین شامل نویز 1/f و آفست تقویت کننده

مولفه ناخواسته فرکانس پایین

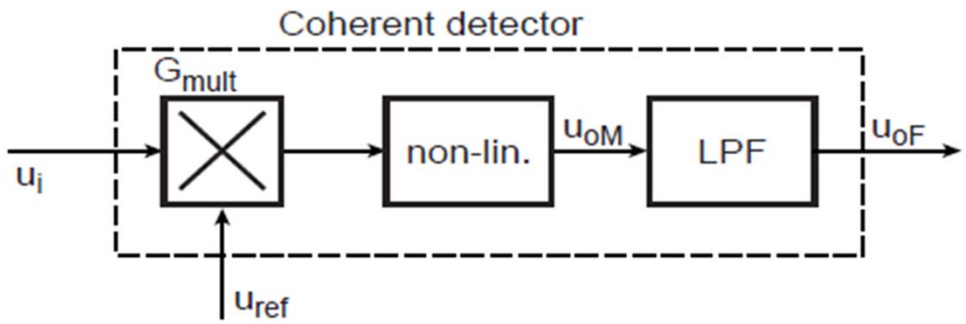
$$u_{oM} = G_{mult} \times G \times \left\{ \left(\frac{\Delta R}{R} \right) \hat{u}_{exc} \sin(\omega_{exc} t + \varphi) + U_{os} \right\} \times \hat{u}_{exc} \sin(\omega_{exc} t) =$$

$$G_{mult} G \left[\frac{\hat{u}_{exc}^2}{2} \frac{\Delta R}{R} \cos(\varphi) + U_{os} \hat{u}_{exc} \sin(\omega_{exc} t) \right] \rightarrow$$

$$U_{oF} = G_{mult} G \frac{\hat{u}_{exc}^2}{2} \frac{\Delta R}{R} \cos(\varphi)$$

حذف مولفه ناخواسته فرکانس پایین در خروجی

بررسی غیر خطی بودن ضرب کننده:



- معمولا ضرب کننده هارمونیک های سیگنالهای ورودی را نیز ایجاد می کند

$$u_{oM} = G_{mult}\left[\left(u_r \times u_i\right) + \delta_2\left(u_r \times u_i\right)^2 + \delta_3\left(u_r \times u_i\right)^3 + \ldots\right]$$

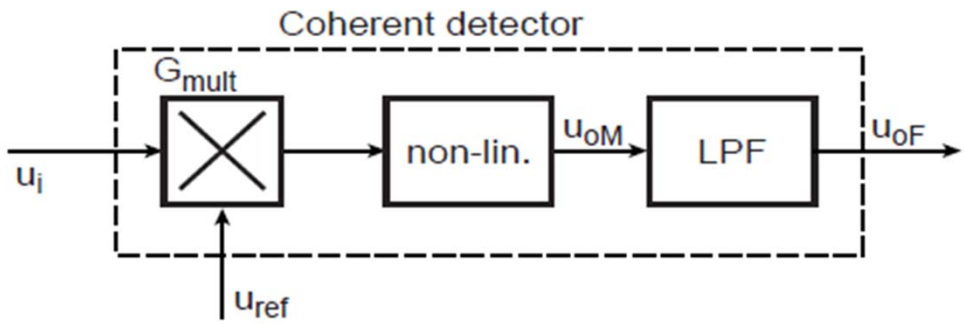
$$u_{oM} = G_{mult}\hat{u}_r\hat{u}_i\left[\left(\cos(\omega_r t)\times\cos(\omega_i t)\right) + \delta_2\hat{u}_r\hat{u}_i\left(\cos(\omega_r t)\times\cos(\omega_i t)\right)^2\right] =$$

$$G_{mult}\frac{\hat{u}_r\hat{u}_i}{2}\left[\cos\left((\omega_r \pm \omega_i)t\right) + \frac{\delta_2\hat{u}_r\hat{u}_i}{2}\left(1+\cos(2\omega_r t)\right)\left(1+\cos(2\omega_i t)\right)\right] =$$

$$G_{mult}\frac{\hat{u}_r\hat{u}_i}{2}\left[\cos\left((\omega_r \pm \omega_i)t\right) + \frac{\delta_2\hat{u}_r\hat{u}_i}{2}\times\right.$$

$$\left.\left(1+\cos(2\omega_r t)+\cos(2\omega_i t)+\frac{1}{2}\left(\cos\left(2(\omega_r \pm \omega_i)t\right)\right)\right)\right]$$

بررسی غیر خطی بودن ضرب کننده:

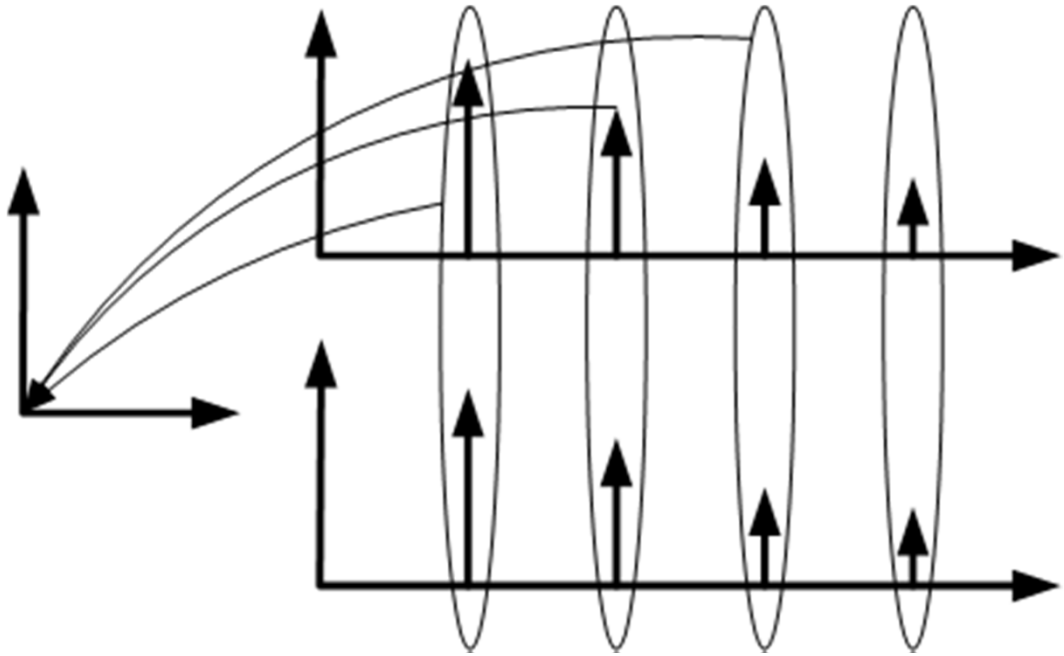


- با فرض: $\omega_{LPF} \ll \omega_r$

$$u_{oF} = G_{mult} G_{LPF} \frac{\hat{u}_r \hat{u}_i}{2} \left[\cos\left((\omega_r - \omega_i) t \right) + \frac{\delta_2 \hat{u}_r \hat{u}_i}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \cos\left(2 (\omega_r - \omega_i) t \right) \right) \right]$$

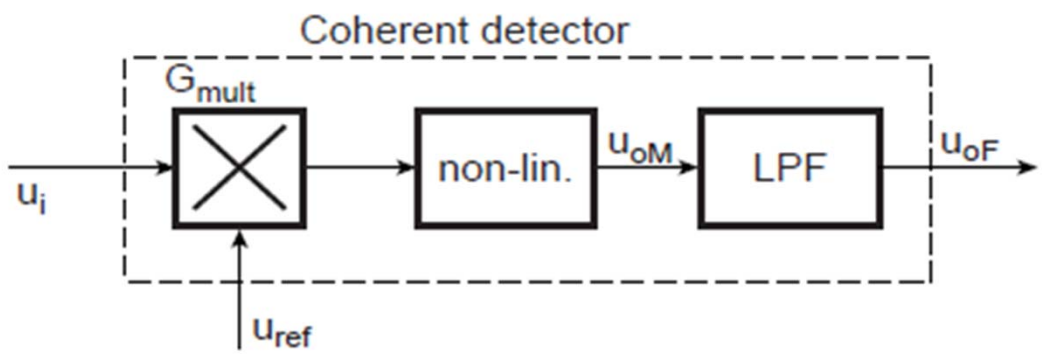
- با توجه به اینکه $\omega_r = \omega_i$ می باشد: ضرایب توانهای **زوج**، مولفه DC ایجاد می کنند
  - ایجاد خطای بهره در تقویت کننده
  - افزایش دامنه خروجی ضرب کننده: بزرگتر شدن δ_2 و افزایش خطا
- استفاده از ضرب کننده بالانس برای کاهش ضرایب زوج

وجود هارمونیک در سیگنال تحریک



- نفوذ هارمونیک ها به سیگنال سنسور
- ایجاد مولفه DC از تمام هارمونیک ها: خطای بهره

بررسی آفست سیگنال سنسور و تحریک



- در صورت وجود مولفه DC در ورودی های ضرب کننده:

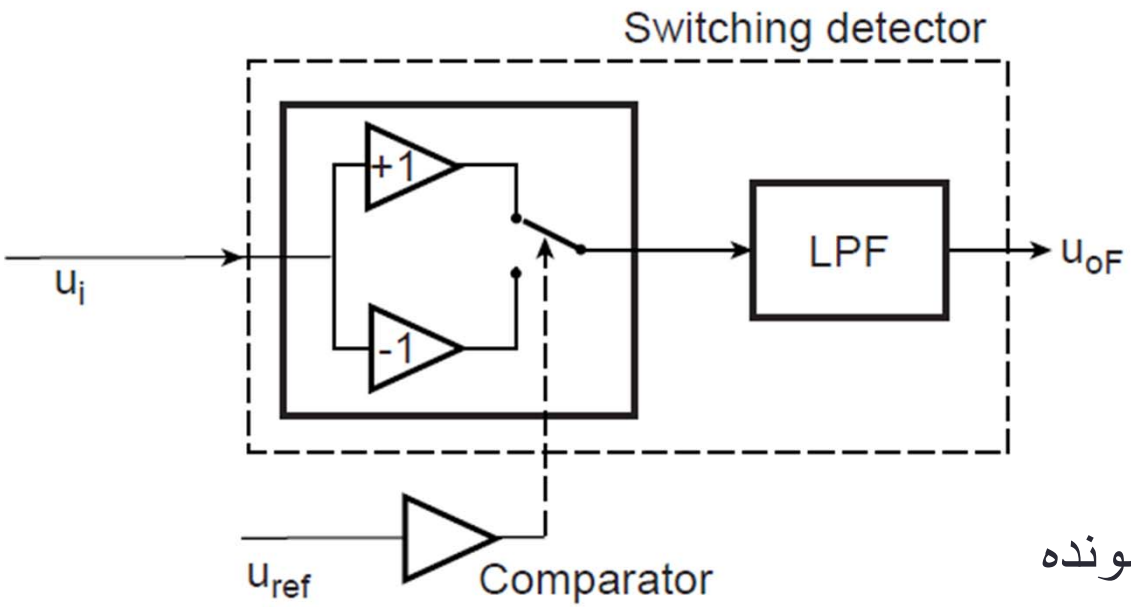
$$u_r = \hat{u}_r \cos(\omega_r t) + U_{r,os} \qquad u_i = \hat{u}_i \cos(\omega_i t) + U_{i,os}$$

- ضرب شدن DC ها در خروجی:

$$U_{oF} = G_{LPF} G_{mult} \left(\frac{\hat{u}_i \hat{u}_r}{2} \cos\left((\omega_i - \omega_r) t \right) + U_{i,os} U_{r,os} \right)$$

- مولفه DC خروجی به شکل خطای **آفست**

جایگزینی ضرب کننده با روشهای دیگر پیاده سازی

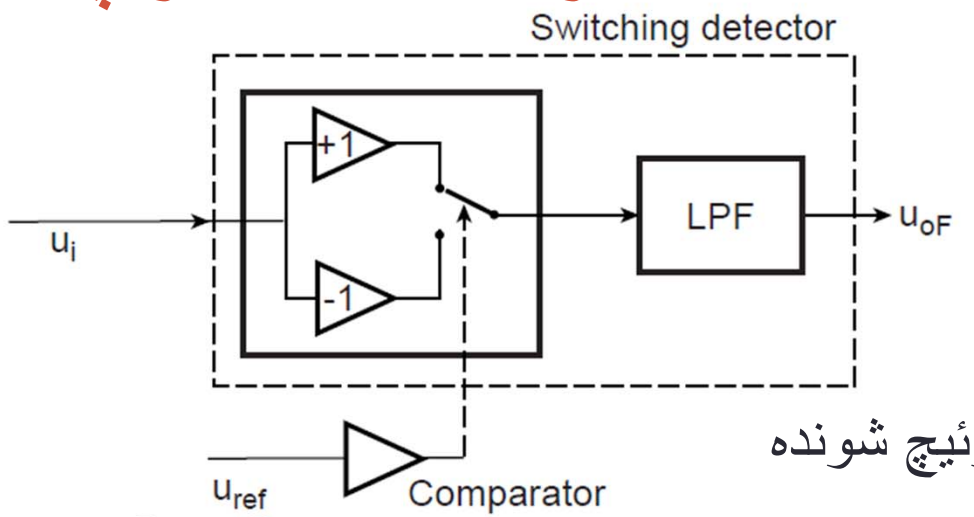


- مشکلات ضرب کننده:
  - دامنه بزرگ خروجی
- استفاده از میکسر سوئیچ شونده
  - سادگی پیاده سازی
  - عدم اشباع سیگنال خروجی
  - وجود هارمونیکهای فرکانس اصلی

$$S(t)=(4/\pi)\ \{\cos(\omega_r t)-\ 1/3\ \cos(3\omega_r t)+\ 1/5\ \cos(5\omega_r t)-\ 1/7\ \cos(7\omega_r t)...$$

  - ورودی باید از هارمونیکها فیلتر شود

جایگزینی ضرب کننده با روشهای دیگر پیاده سازی



- استفاده از میکسر سوئیچ شونده

$$U_{oM} = \hat{u}_i \cos(\omega t + \varphi)\left[S(t)\right] =$$

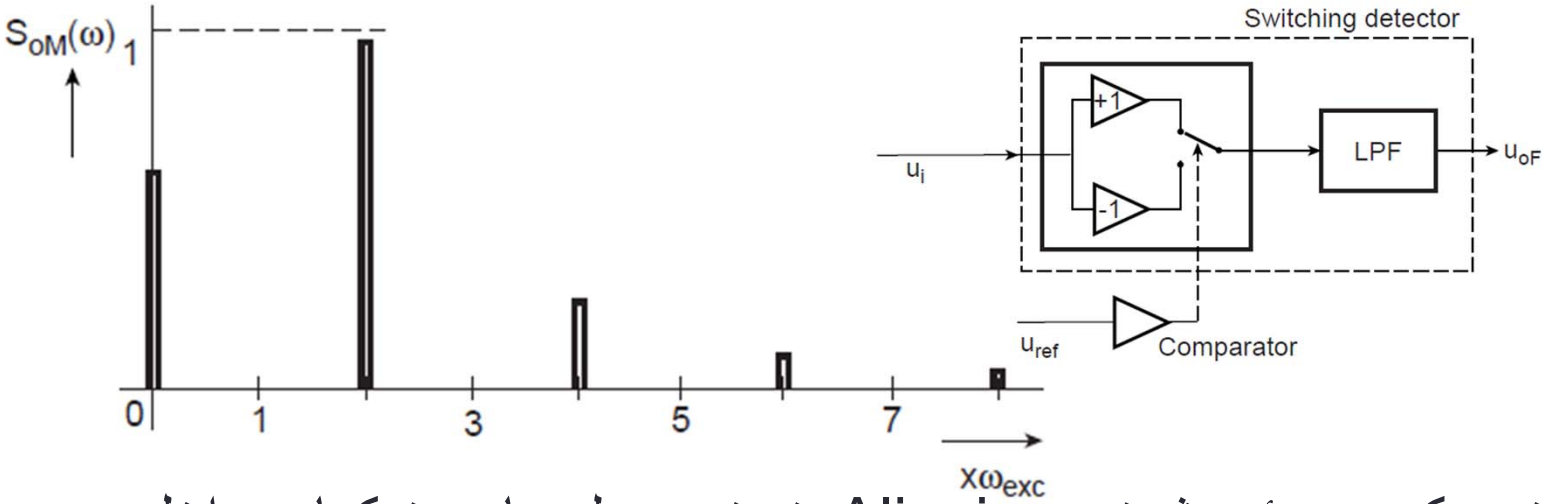
$$\hat{u}_i \cos(\omega t + \varphi)\left(\frac{4}{\pi}\left(\cos(\omega t) - \frac{\cos(3\omega t)}{3} + \frac{\cos(5\omega t)}{5} - \ldots\right)\right) =$$

$$\frac{2\hat{u}_i}{\pi}\left(\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi) + \frac{\cos(2\omega t + \varphi)}{3} + \frac{\cos(4\omega t + \varphi)}{3} + \ldots\right)$$

- با فرض $\omega_{LPF} \ll \omega$

$$U_{oF} = \frac{2\hat{u}_i}{\pi}\cos(\theta)$$

جایگزینی ضرب کننده با روشهای دیگر پیاده سازی



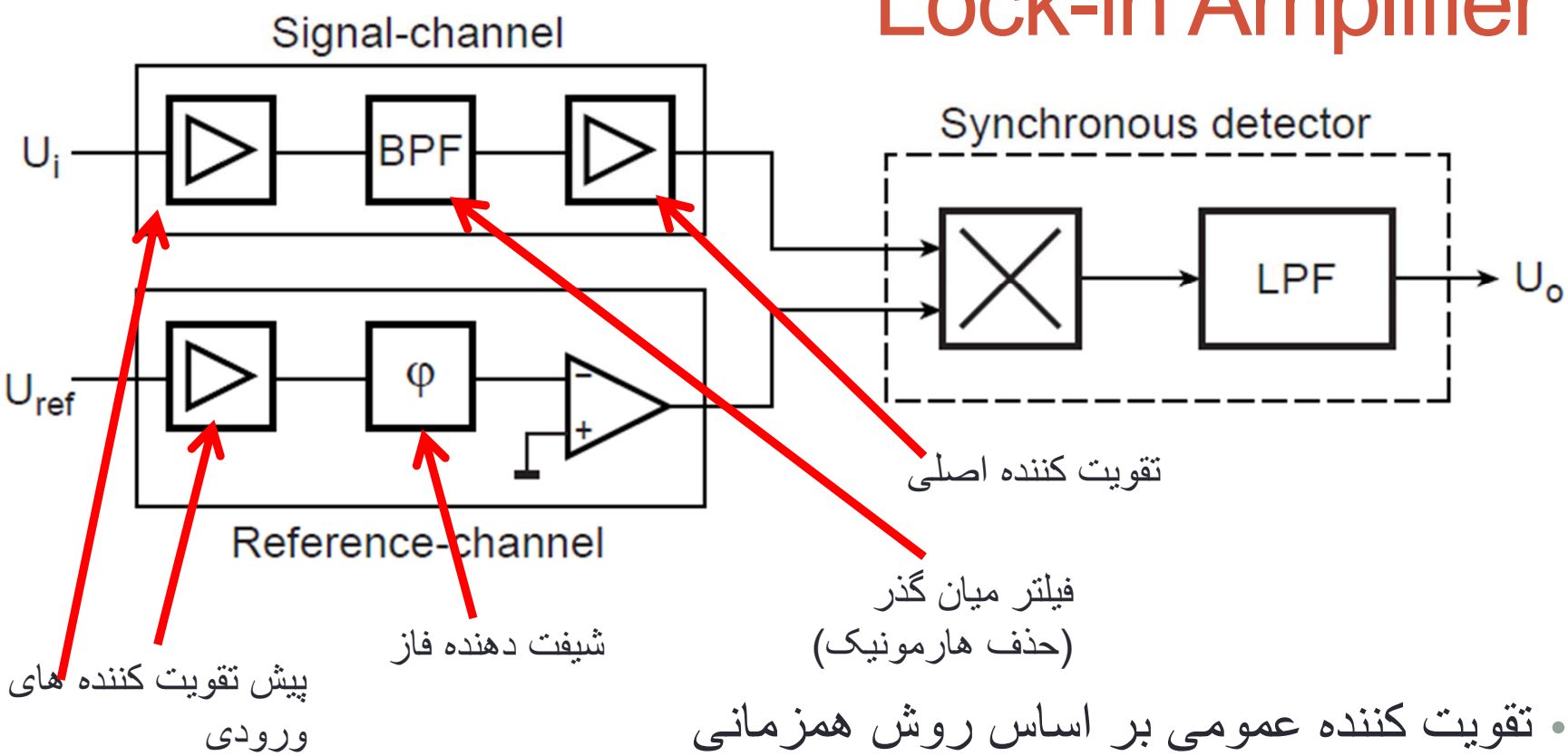
- استفاده از میکسر سوئیچ شونده:Aliasing نویز بوسیله هارمونیکها به داخل باند عبور فیلتر (DC)

$$u_{n,SD}^2 = N_o \times 2f_{LPF} + \frac{N_o \times 2f_{LDF}}{3^2} + \frac{N_o \times 2f_{LDF}}{(-5)^2} + \frac{N_o \times 2f_{LDF}}{7^2} + \ldots =$$

$$N_o \times 2f_{LDF}\left[1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \ldots\right] = N_o \times 2f_{LDF}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2n+1}\right)^2 = \frac{\pi^2}{8} N_o \times 2f_{LDF}$$

- اثر Aliasing: ضریب $\pi^2/8$ برای توان نویز سفید (1.23) معادل 0.9dB

Lock-in Amplifier



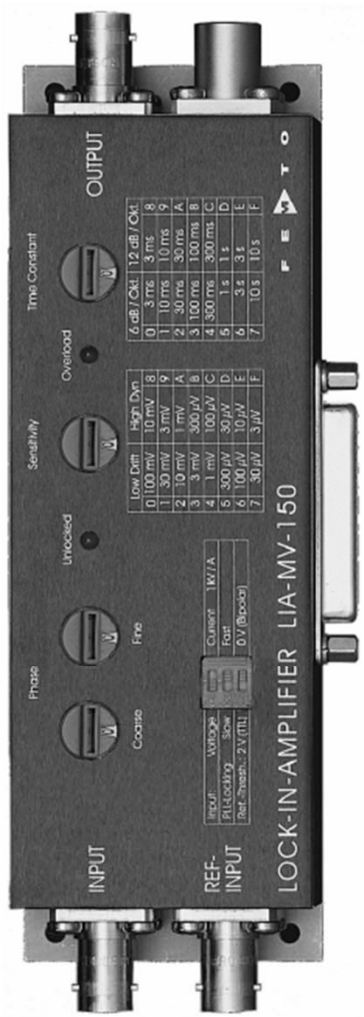
- تقویت کننده عمومی بر اساس روش همزمانی
- دو کانال ورودی (سیگنال و مرجع)
- شیفت دهنده فاز در کانال مرجع (معمولا دستی) جهت صفر کردن اختلاف فاز سیگنال و مرجع

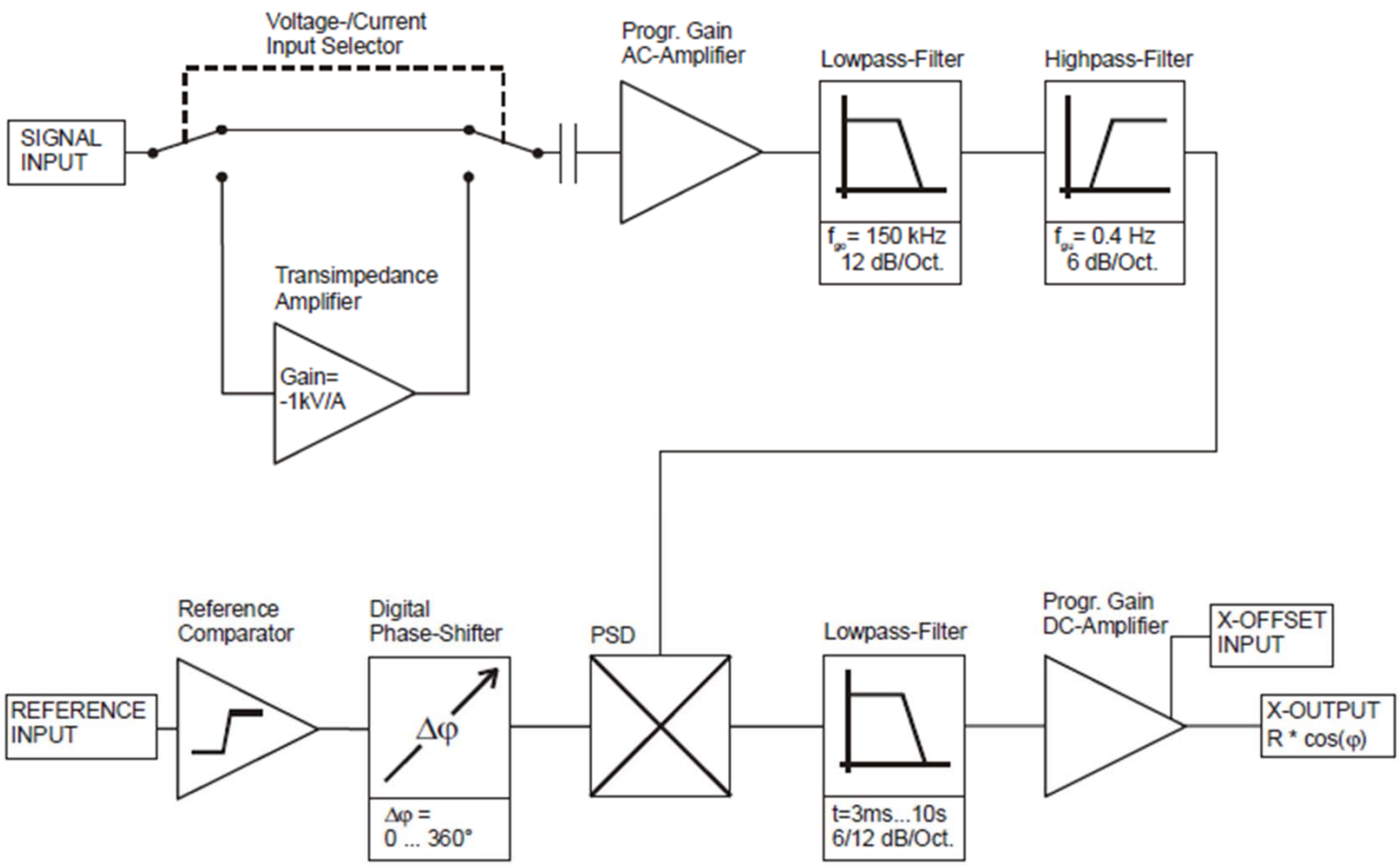
$$\cos(\varphi_{ext} - \varphi_{int}) = 1$$

Lock-in Amplifier نمونه

Working Frequency 10 Hz ... 45 kHz

- ماژول (Femto LIA-MV-150)





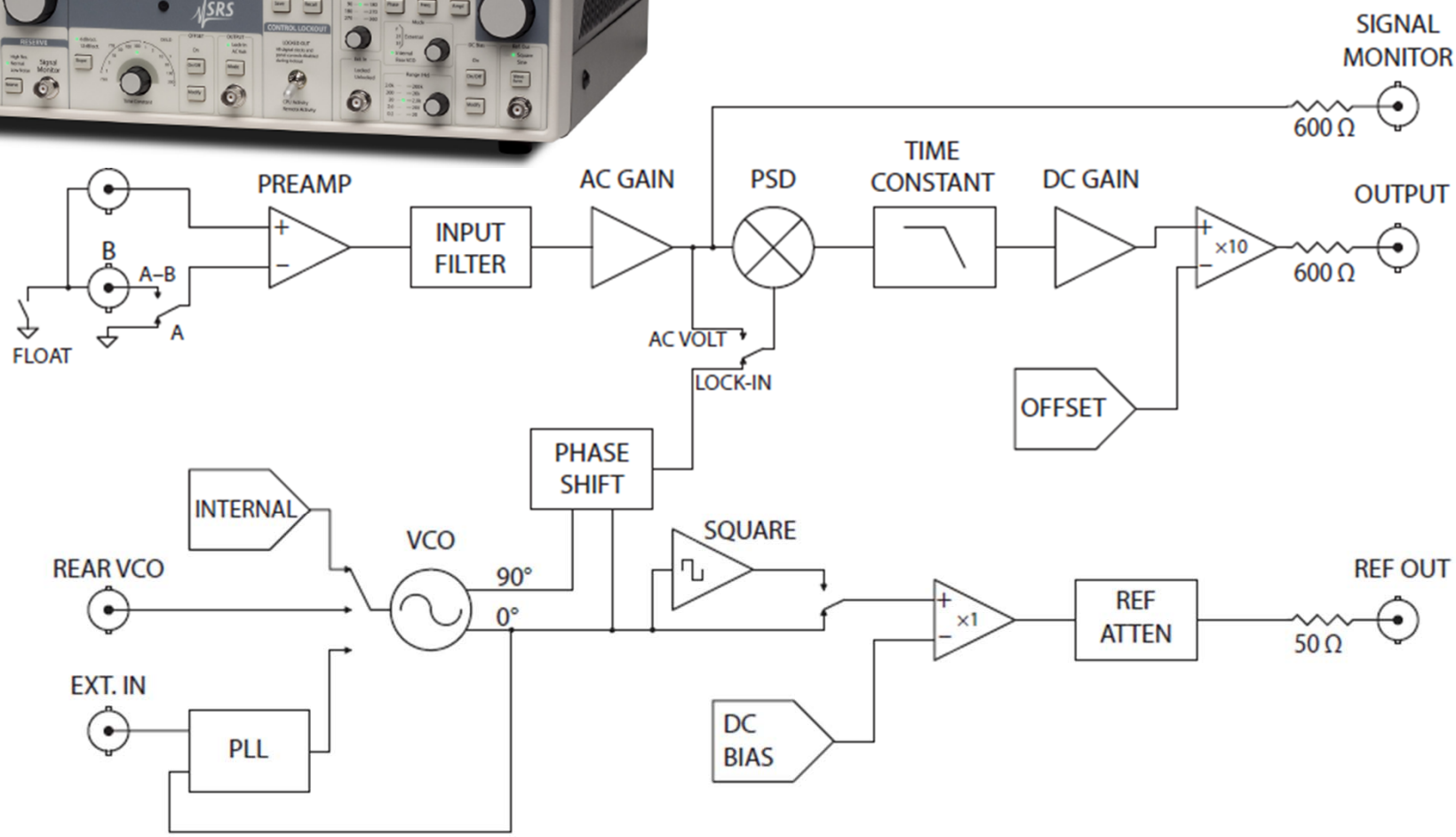
Lock-in Amplifier نمونه

- ماژول (Femto LIA-MV-150)

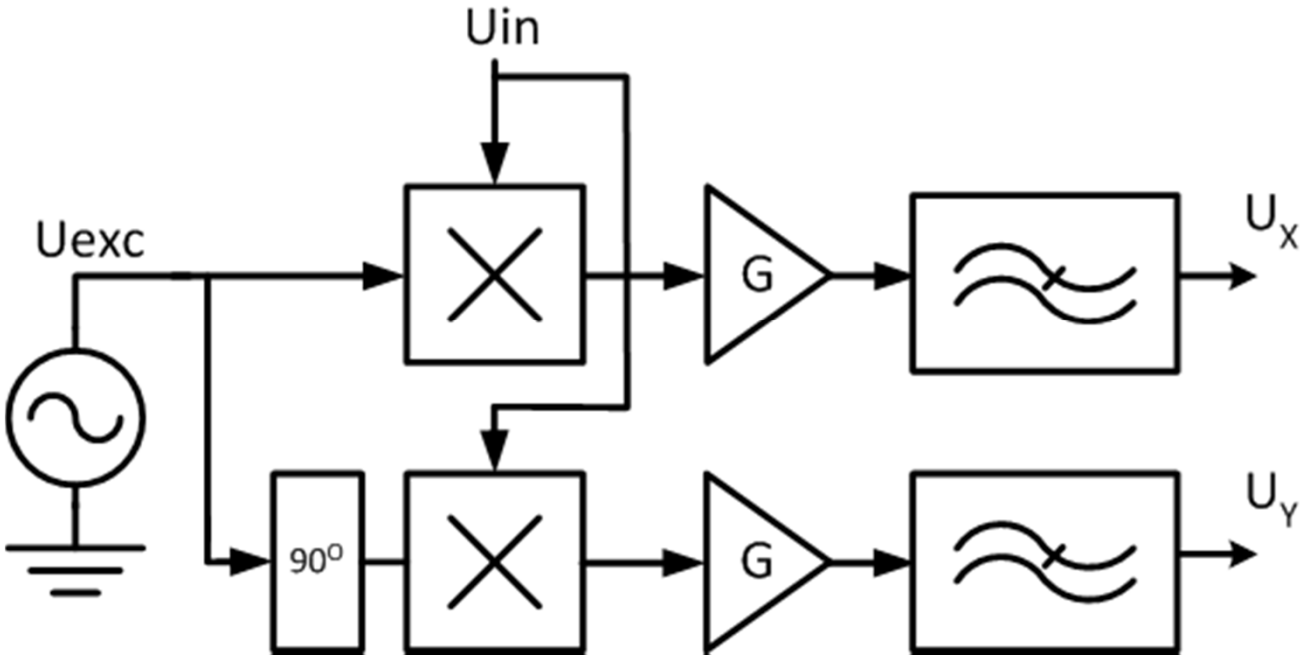
Voltage Input Range	3 µV ... 100 mV in 1-3-10 steps
Voltage Input Coupling	AC, 0.015 Hz
Voltage Input Noise	12 nV/√Hz
Voltage Input CMRR	Model "-D": 110 dB @ 1 kHz, 100 dB @ 10 kHz
Voltage Input Gain Drift	100 ppm/K
Signal Filter Lowpass (-3 dB BW)	150 kHz; 12 dB/Oct.
Signal Filter Highpass (-3 dB BW)	0.4 Hz; 6 dB/Oct.
Phase Shifter Type	Digital, Working Frequency 10 Hz ... 45 kHz
Phase Shifter Range	0 ... + 360 °
Phase Shifter Resolution	1.4 °
Phase Shifter Drift	< 100 ppm/K
Phase Shifter Accuracy	< 0.3 °
Output DC-Stability	50 ppm/K @ Low Drift Setting 500 ppm/K @ High Dynamic Setting
Output Basic Accuracy	2 %, Frequency > 30 kHz 5% @ sinusoidal input signal

Lock-in Amplifier نمونه

- سیستم آنالوگ

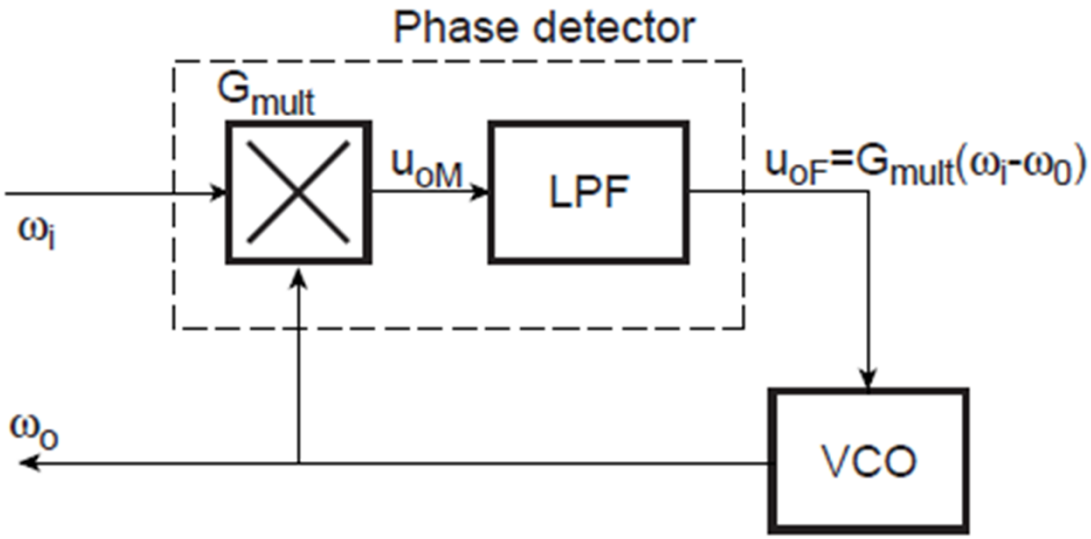


حذف اثر اختلاف فاز بصورت اتوماتیک



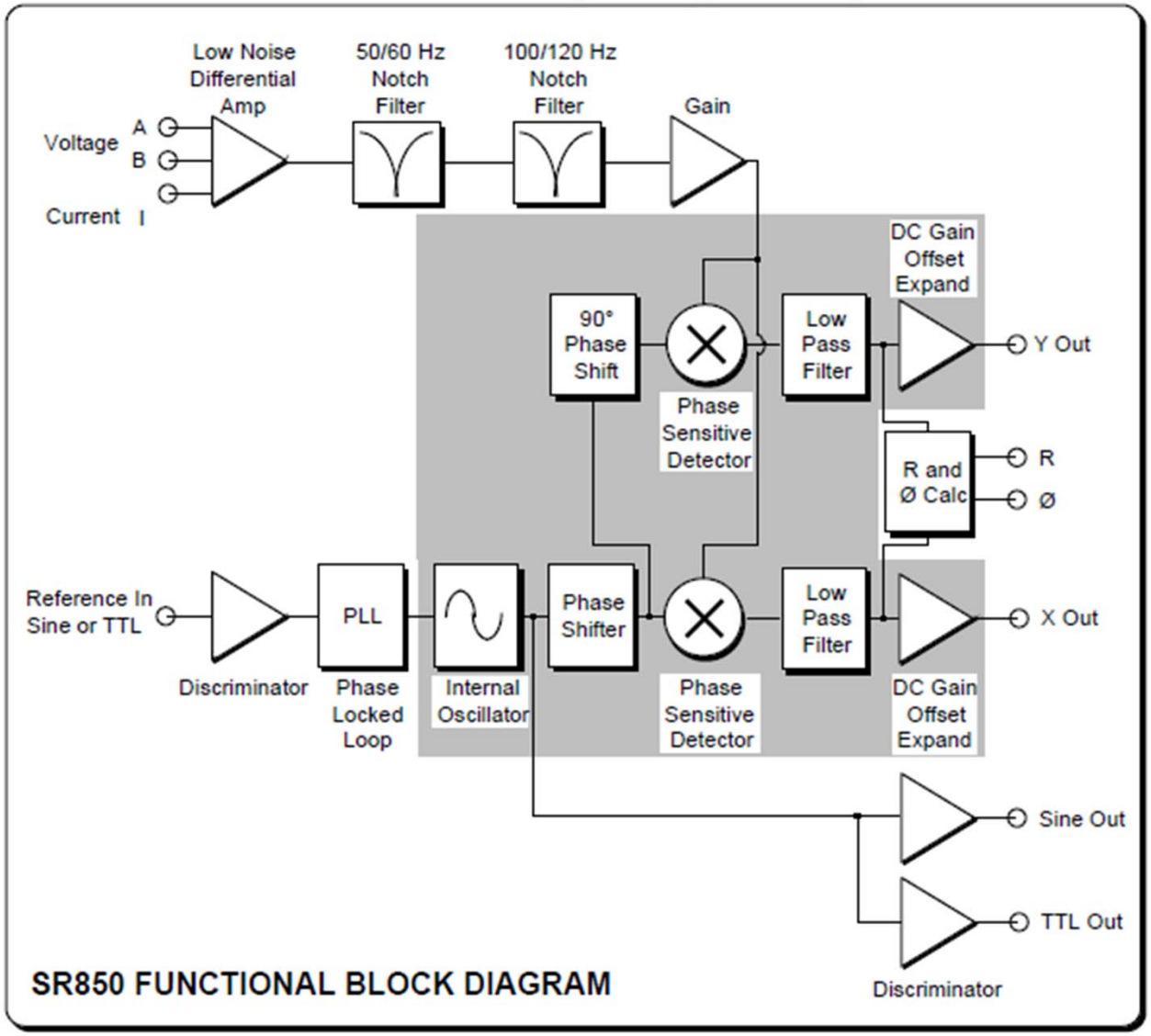
- ضرب سیگنال ورودی در سیگنال مرجع و سیگنال با اختلاف فاز 90 درجه
- $V_x = kV_{in} \sin \varphi$
- $V_y = kV_{in} \cos \varphi$
- $V_{out} = k\sqrt{V^2{}_x + V_y^2}$

بازیابی سیگنال مرجع با PLL



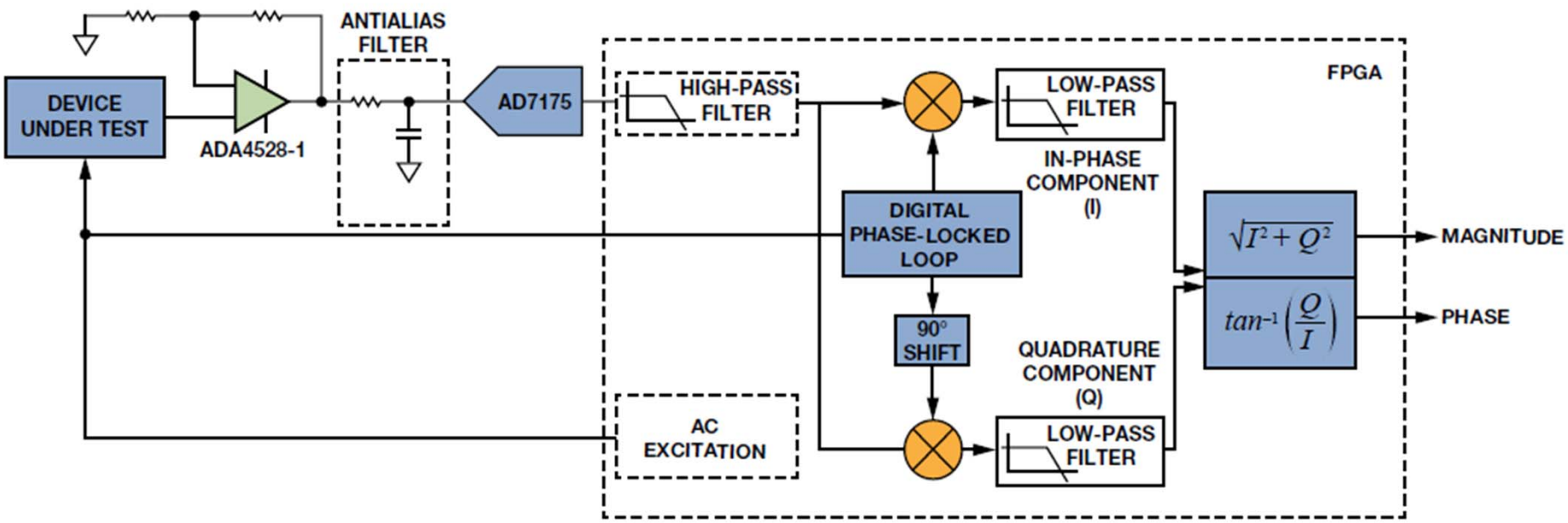
- استفاده از PLL در lock-in Amplifier
- به عنوان تولید کننده سیگنال مرجع (سیگنال تحریک) در Frequency Synthesizer
- باز یابی سیگنال مرجع از سیگنال سنسور در صورت در دسترس نبودن مرجع اصلی

DSP (Digital) Lock-in Amplifier



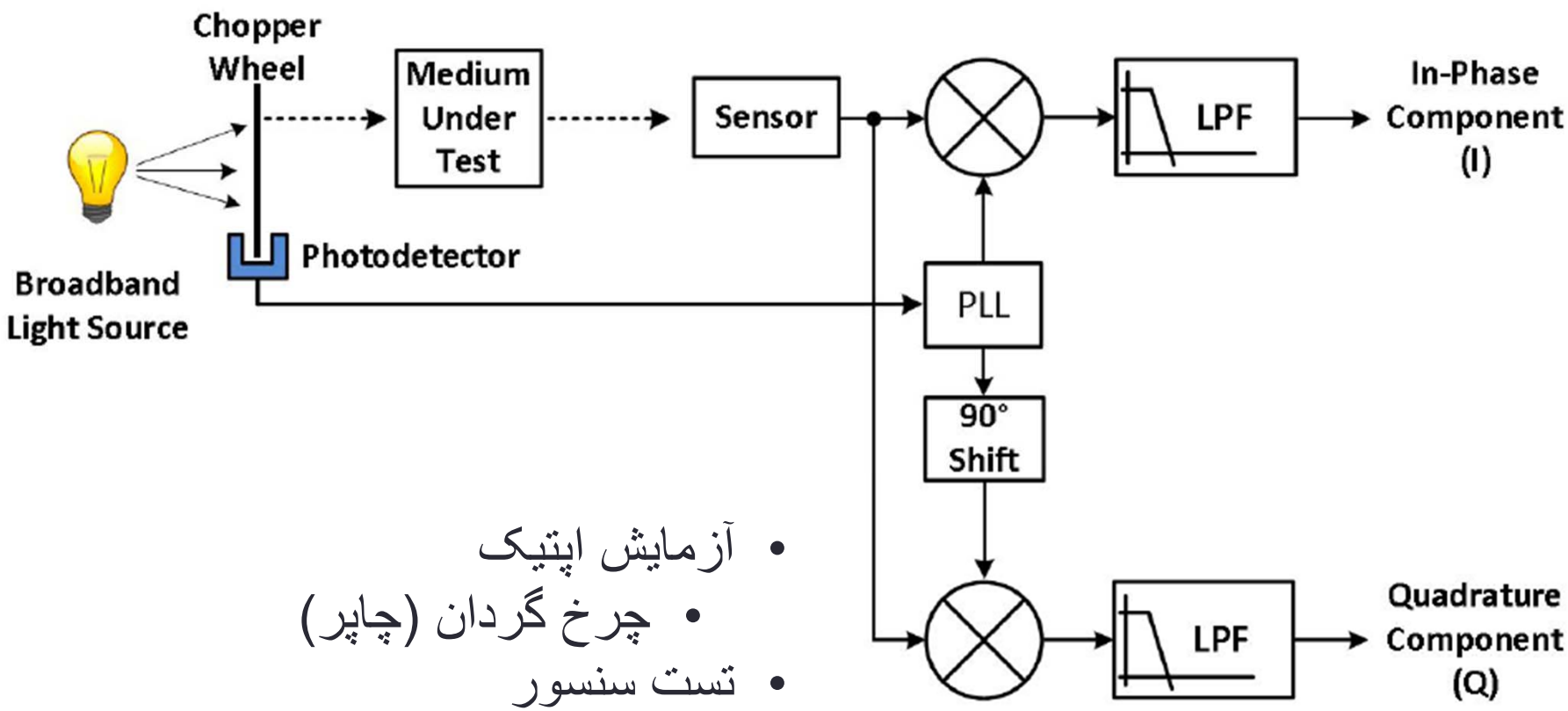
- انجام مدولاسیون و فیلتر بصورت دیجیتال
- تقویت آنالوگ

پیاده سازی Digital lock-in Amp با FPGA



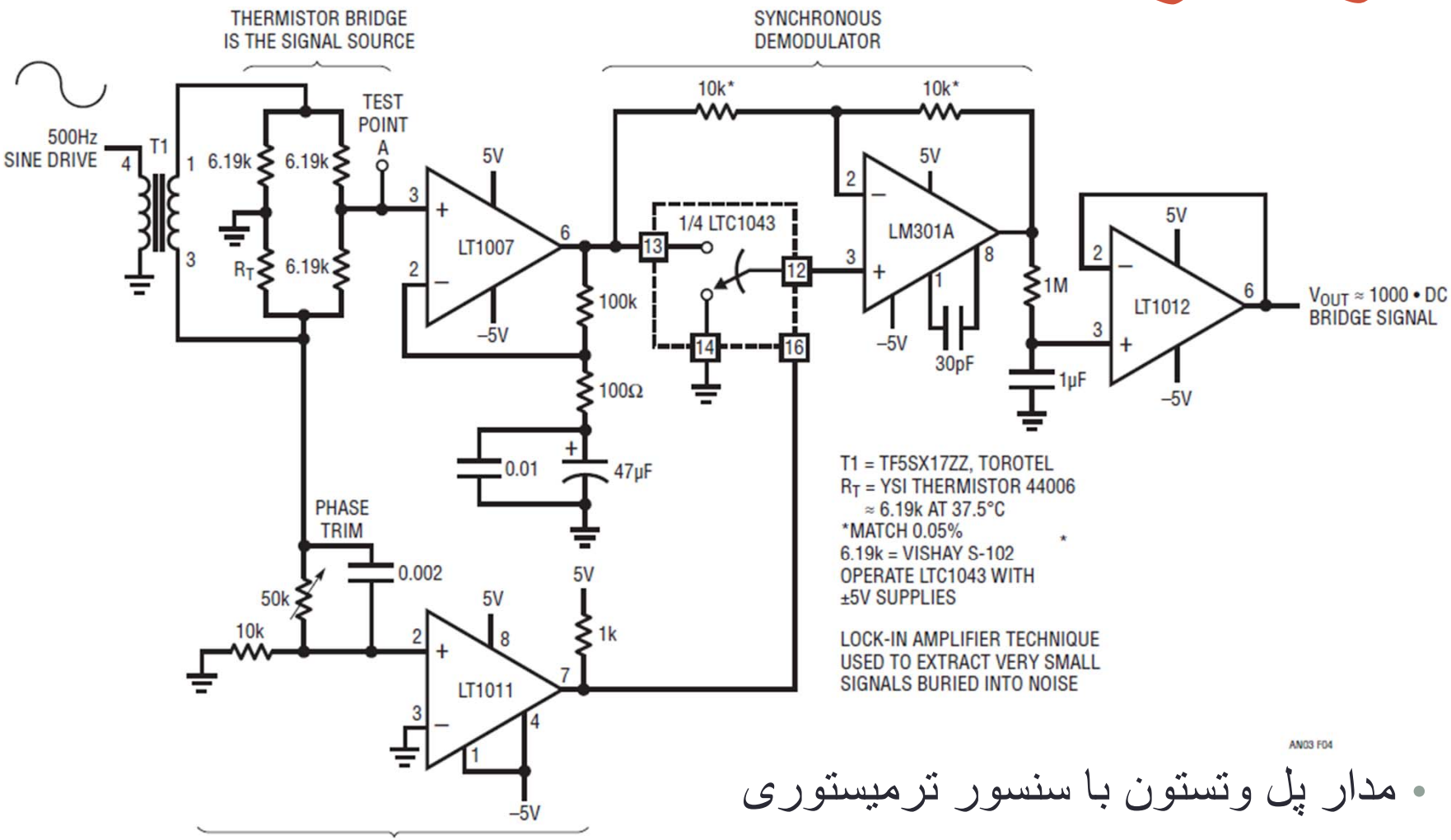
- تبدیل سیگنال ورودی به دیجیتال
- استفاده از PLL دیجیتال برای بازیافت مرجع

نمونه کاربرد: آزمایشهای اپتیک



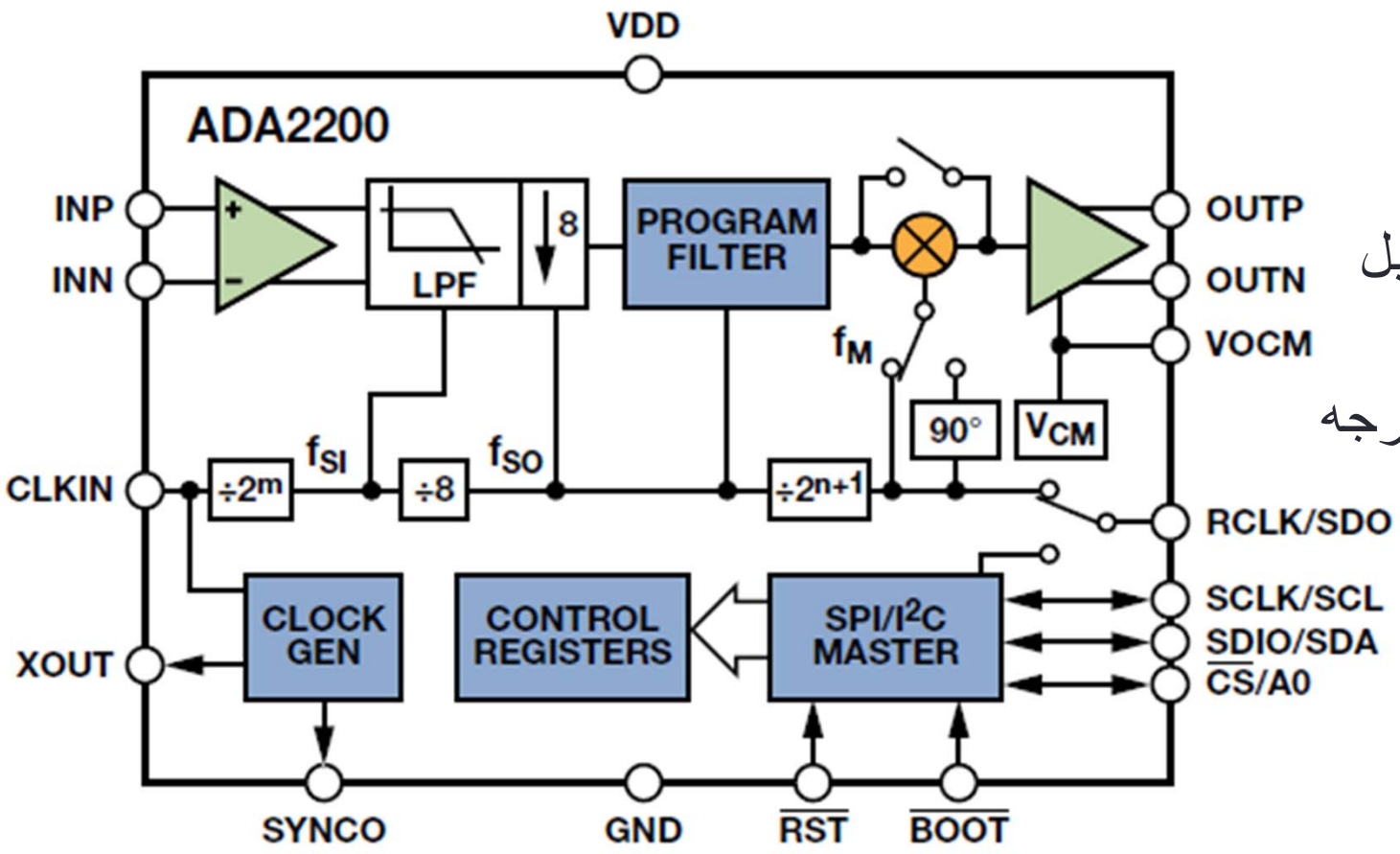
- آزمایش اپتیک
  - چرخ گردان (چاپر)
- تست سنسور
- تست اپتیک غیر خطی
- اسپکتروفوتومتری

نمونه مدار lock-in



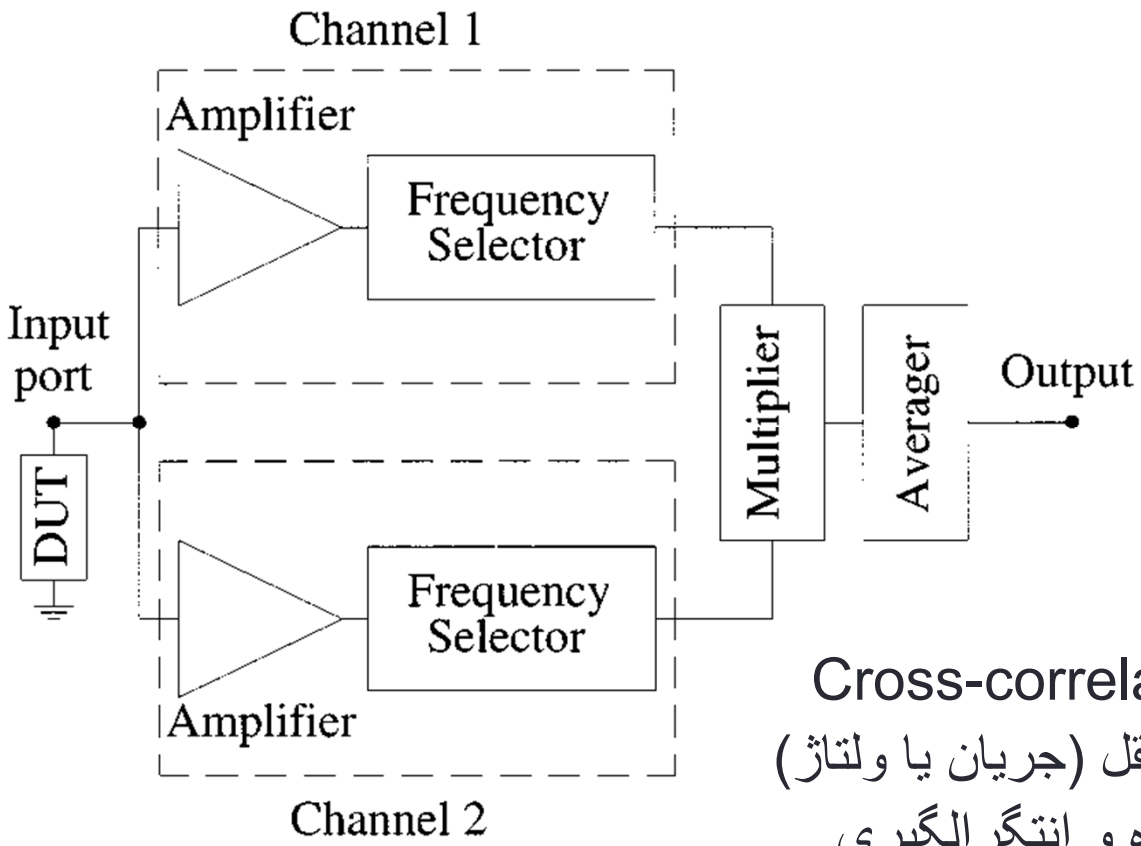
- مدار پل وتستون با سنسور ترمیستوری
- دمدولاسیون با میکسرسوئیچ شونده

Lock-in Amplifier IC



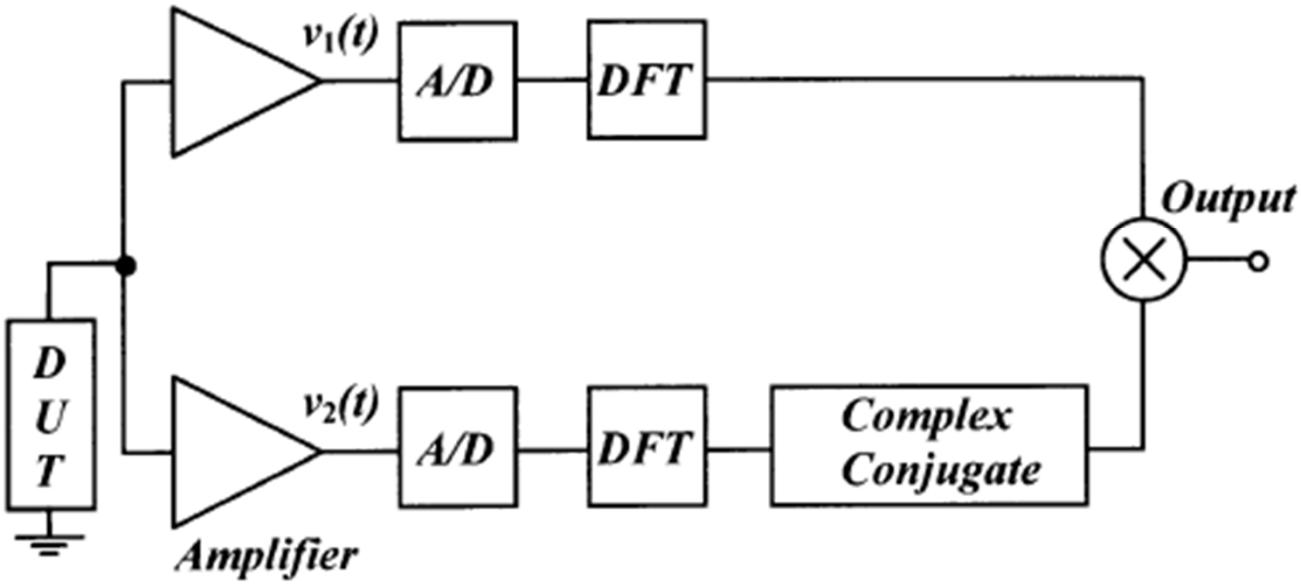
- ADA2200
- دمدولاتور
- فیلتر دیجیتال قابل برنامه ریزی
- شیف فاز 90 درجه
- تقویت کننده
- مولد سیگنال
- برنامه ریزی دیجیتال

استفاده از Correlation در اندازه گیری



- Cross-correlation signal analyzer
- دو کانال تقویت ورودی مستقل (جریان یا ولتاژ)
- ضرب سیگنالهای تقویت شده و انتگرالگیری
- حذف نویز های هر تقویت کننده در محاسبات cross-correlation
- باقی ماندن سیگنال مشترک ناشی از DUT

استفاده از Correlation در اندازه گیری



$$R_{xy}(t) = (x \star y)(t) \equiv \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(\tau)y^*(\tau - t)d\tau$$

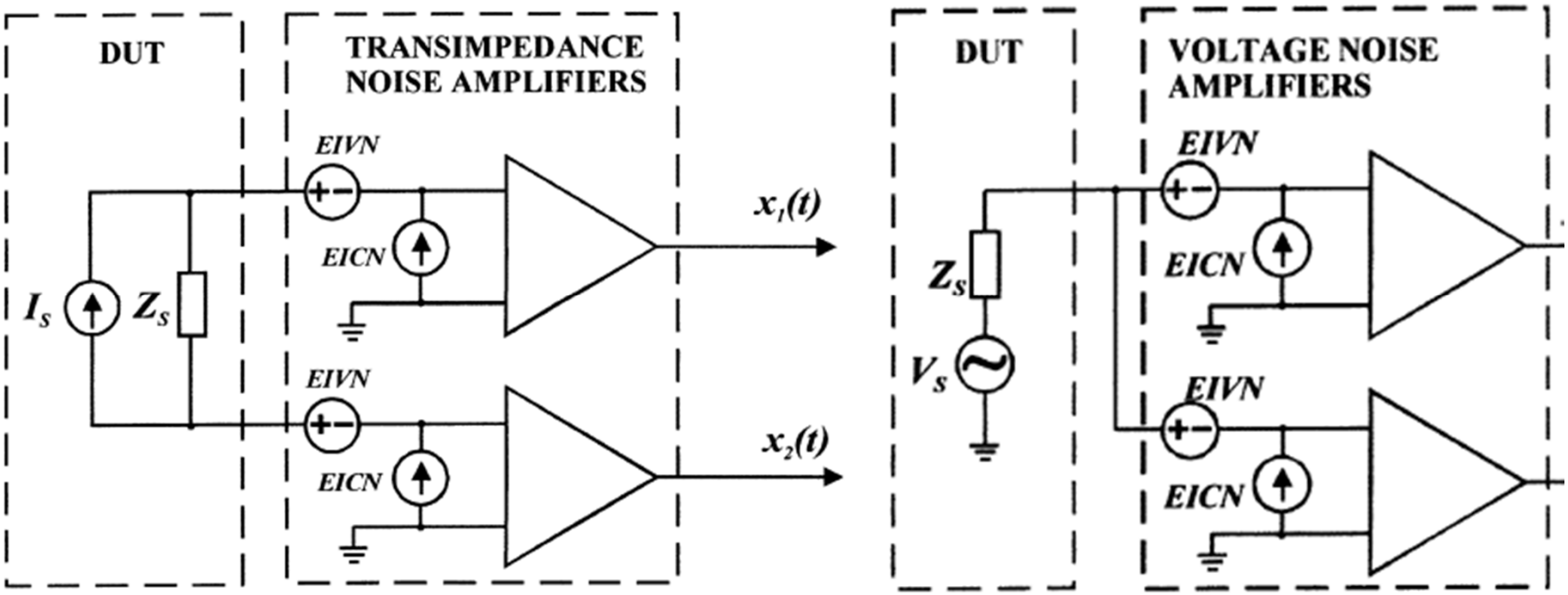
$$S_{xy}(\omega) = \mathcal{F}\left[(x \star y)(t)\right] = \left(\mathcal{F}\left[x(t)\right]\right)^* \mathcal{F}\left[y(t)\right]$$

$$S_{xy}(\omega) = \mathcal{F}\left[x(t)\right]^* \mathcal{F}\left[y(t)\right] = \tilde{x}^*(\omega)\tilde{y}(\omega)$$

$$S_{xy}(\omega) = 4\tilde{x}^*(\omega)\tilde{y}(\omega)$$

- امکان تحلیل در حوزه فرکانس

استفاده از Correlation در اندازه گیری



- قابل استفاده برای اندازه گیری جریان یا ولتاژ
- قابلیت اندازه گیری سیگنال بسیار پایین تر از سطح نویز
- افزایش چشمگیر زمان اندازه گیری بخاطر عملیات FFT یا انتگرالگیری
- عدم حذف بخشی از نویز ها به دلیل مقاومت منبع سیگنال (ایجاد correlation)