فصل اول
خواص سیالات

مقدمه

در این فصل مفاهیم و تعاریف اولیه در مکانیک سیالات مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. در بخش اول علم مکانیک سیالات تعریف می شود. در بخش دوم مختصری در خصوص واحدها و ابعاد آورده می شود. در بخش سوم به مفهوم پیوستار که پایه مکانیک سیالات کلاسیک است پرداخته می شود. در ادامه این فصل به مفاهیم پدیده کاویتاسیون، کشش سطحی، تعریف سیال، سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی، و مدول الاستیسیته حجمی پرداخته خواهد شد.

۱-۱ علم مکانیک سیالات

درعلم مکانیک برای سهولت مطالعه،اجسام را به دو گروه جامدات و سیالات تقسیم می کنند. جامدات شکل خارجی ثابتی دارند و چون مولکولهای آنها خیلی به هم نزدیک هستند دارای نیروی بین مولکولی فوق العاده زیادی می باشند . به همین جهت در مقابل نیروهای خارجی به خوبی مقاوم بوده یا در آنها تغییر شکل کوچکی حاصل می شود .

سیالات شامل مایعات و گازها می باشند مایعات دارای حجم مشخصی بوده و وقتی که در ظرفی ریخته شوند شکل آن ظرف را به خود می گیرند. فضای بین مولکولی در آنها نسبت به جامدات بیشتر و قابلیت تراکم در آنها بسیار کم است . گازها حداکثر حجمی را که در اختیار دارند، اشغال می نمایند و فاصله بین مولکولی در آنها نسبت به مایعات بیشتر است. گازها برخلاف مایعات دارای ضریب قابلیت تراکم زیادی می باشند.

باید توجه داشت که گاهی اوقات تشخیص بین حالت جامد و حالت سیال مشکل بوده و نمی توان از نقطه نظر فیزیکی حالت جسم مورد نظر را تعیین کرد. آسفالت و پلاستیک را می توان بعنوان مثال نام برد. این دسته از اجسام با تغییرات درجه حرارت،خود نیز تغییر حالت داده ولی یک حد معین بین این تغییر حالت ها وجود ندارد. مطالعه مکانیک آنها موضوع علم رئولوژی را تشکیل می دهد .

هیدرولیک و مکانیک سیالات شاخه ای از مکانیک عملی است که در آن از حالات سیال در سکون و در حرکت گفتگو میشود. مطالعه سیالات در حال سکون را استاتیک سیالات و مطالعه حرکت آنها دینامیک سیالات و مطالعه توام ایستایی و دینامیک سیالات را مکانیک سیالات می گویند.

یک تعریف دیگر در مورد علم مکانیک سیالات این است که مکانیک سیالات یکی از علوم مهندسی است که بیشتر جنبه تئوری و ریاضی جریان سیال را مورد بحث قرار می د هد و خود به عنوان پایه برای بسیاری از دیگر علوم مهندسی نظیر آئرودینامیک، دینامیک گازها وهیدرولیک به شمار می رود.

هیدرولیک بیشتر جنبه عملی جریان سیال را مورد بررسی قرار داده و در آن از روش های تجربی زیاد استفاده می شود به خصوص در مورد جریان آب فرمولهای آمپریک و تجربی گوناگونی وجود دارند.

هر سیال دارای مشخصات و خواص گوناگونی است که بسته به بحث مورد نظر هر کدام نقش مهمی را ایفا می کنند. در بحث تعادل سیالات وزن مخصوص مهمترین خاصیت سیال می باشد در صورتیکه در بحث جریان سیال جرم مخصوص و ویسکوزیته نقش مهمی را بازی می کنند. وقتی فشار منفی وجود داشته باشد فشار بخار از اهمیت خاصی برخوردار است به همین ترتیب در مورد جریان سیالات در معابر باریک کشش سطحی از خواص مهم سیال به شمار می رود مانند حرکت نفت در سنگ مخازن.

۱-۲ مقدمه ای بر محاسبات مهندسی

واحدها و ابعاد[1]

هر مقدار قابل اندازه گیری یا قابل شمارش یک مقدار عددی و یک واحد دارد.

مقدارعددی $\leftarrow 2m \rightarrow$ واحد

بعد[2]

هر مقدار قابل اندازه گیری یک بعد دارد مثل طول $(Lenght)$، زمان $(Time)$، جرم $(mass)$ فشار $(\Pr essure)$، درجه حرارت $(Temperature)$

واحد[3]

واحد زمان $\rightarrow \begin{cases} hr \\ \sec \end{cases}$

واحد طول $\rightarrow \begin{cases} cm \\ ft \end{cases}$

بدون بعد $\dfrac{10cm}{2cm} = 5\dim ension$

$5\,\mathrm{kg} + 3\mathrm{cal} \rightarrow$ بی معنی

$10\,\mathrm{kg} + 5\mathrm{gr} \rightarrow$ تبدیل واحد انجام می دهیم

gr را به kg تبدیل می کنیم.

$$1kg = 1000\,gr \Rightarrow 5gr \times \frac{1kg}{1000\,gr} = 0.005\ \mathrm{kg}$$

$$10\mathrm{kg} + 0.005\mathrm{kg} = 10.005\mathrm{kg}$$

$$\frac{10m}{2\sec} = 5\,{}^{m}\!/_{\sec}$$

دو بعد مختلف بر هم تقسیم می شوند .

مثال۱-۱- چند گرم معادل با $36mg$ می باشد؟

$$36mg \rightarrow ?\,gr$$

$$\frac{newunit}{old\,unit} = \frac{\text{واحد جدید}}{\text{واحد قدیم}}$$

$$36mg \times \frac{1gr}{1000mg} = 36 \times 10^{-3}\,gr$$

---

[1] ***Unit & Dimension***
[2] ***Dimension***
[3] ***Unit***

سیستمهای عمومی واحد ها

سیستم	طول	زمان	جرم	نیرو	انرژی	درجه حرارت
cgs	cm	$Second$	gr	$dyne$	$Erg.j$	$K,^0C$
FPS	$foot$	$Second$	$pound$	$poundal$	$ft.poundal$	$R,^0F$
SI	m	$Second$	Kg	N	$Joule$	$K,^0C$
$British\ Engineering$	$foot$	$Second$	$Slug$	$pound\ Weight$	Btu	$R,^0F$
$American\ Engineering$	$foot$	$Second$	lb_m	lb_f	$Btu, ft.lb_f$	$R,^0F$

در سیستمهای $British\ Engineering\ \ FPS\ ,cgs\ ,\ SI$ هر کدام سه واحد اصلی دارند که واحد چهارم از سه واحد اصلی بدست می آید .

در سیستم آمریکایی چهار واحد اصلی تعریف می شود در نتیجه در سیستم آمریکایی برای اینکه واحد ها مناسب درآیند از یک ضریب تبدیل به نام g_c استفاده می کنیم. برای به دست آوردن واحد و مقدار g_c از قانون نیوتن شروع میکنیم .

$$F = cma \qquad (1\text{-}1)$$

(c) یک ثابت که مقدار عددی و واحد آن بستگی به واحدهای انتخاب شده برای $F.m,a$ دارد.

در سیستم cgs واحد نیرو $dyne$ است بنابراین اگر $c = \frac{1dyne}{\frac{g.cm}{\sec^2}}$ سپس موقعی کهجسمی به جرم یک گرم شتابی برابر $1\frac{cm}{\sec^2}$ داده شود داریم:

$$F = \frac{1dyne}{\frac{gr.cm}{Sec^2}} \times 1gr \times \frac{1cm}{Sec^2} = 1\,dyne$$

یا در سیستم SI داریم:

اگر $C = \frac{1N}{\frac{Kg.m}{Sec^2}} \Rightarrow F = \frac{1N}{\frac{kg.m}{Sec^2}} \times 1Kg \times \frac{1m}{Sec^2} = 1N$

در سیستم آمریکایی اگر به جرم $1\ lb_m$ شتابی برابر $g\ \frac{ft}{\sec^2}$ داده شود($g =$ شتاب جاذبه) برای اینکه $1\ lb_f$ بدست آوریم. چنین عمل می کنیم:

$$F = (C)1lb_m \times g\frac{ft}{Sec^2} = 1lb_f$$

اگر واحد (c)، $\frac{lb_f}{lb_m \cdot \frac{ft}{Sec^2}}$ باشد معادله از نظر واحد ی درست می شود و یک مقدار عددی برابر با $\frac{1}{32.174}$ برای آن انتخاب میشود که 32.174 متوسط شتاب جاذبه درسطح دریاست.

عکس (c) را با g_c نمایش می دهند یعنی:

$$g_C = 32.174\frac{ft.lb_m}{Sec^2.lb_f}$$

بنابراین در سیستم آمریکایی معادله نیوتن به فرم زیر در می آید:

$$F = \frac{ma}{g_c} \quad (۲-۱)$$

بنابراین می بینیم که در سیستم آمریکایی نیز $1lb_m$ با یک $1lb_f$ برابر است اگر $\frac{g}{g_C} = 1$ باشد.

مثال۱-۲-انرژی سینیتیک $ton\ 1$آب که با سرعت 60 mil/hr حرکت می کند برحسب $ft.lb_f$ بدست آورید؟

$$K = \frac{1}{2}\frac{mV^2}{g_c}$$

$$1ton = 2000\ lb_m$$
$$1hr = 3600\ Sec$$
$$1mile = 5280\ ft$$

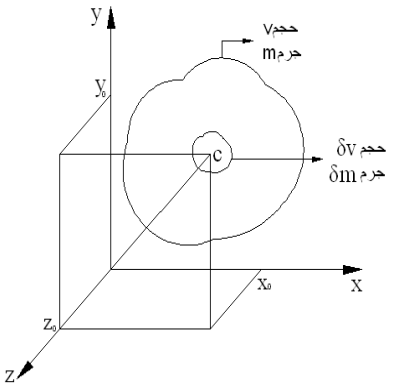
$$K = \frac{\frac{1}{2}(1ton \times \frac{2000\ lbm}{1ton}) \times (60\frac{mil}{hr} \times \frac{1hr}{3600\sec} \times \frac{5280\ ft}{1mil})^2}{32.174\frac{ft\ lb_m}{Sec^2.lb_f}} = 2.41 \times 10^5\ \ ft.lb_f$$

۱-۳ پیوستار[1]

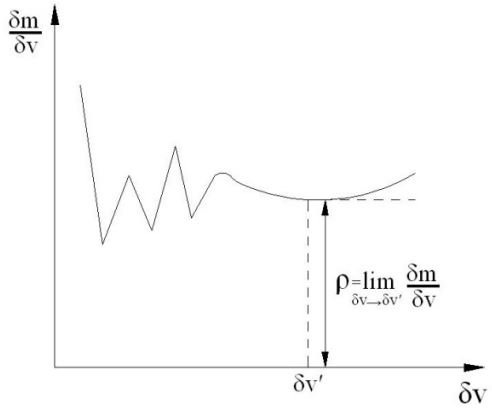
مفهوم پیوستار پایه اصلی مکانیک سیالات کلاسیک می باشد که سیال بعنوان یک محیط پیوسته در نظر گرفته می شود سیال را بعنوان ماده ای بطور نامتناهی قابل تقسیم، یعنی یک پیوستار در نظر می گیریم و خودمان را با رفتار تک تک مولکولها مشغول نمی کنیم.

فرض پیوستار در مطالعه سیالات تحت شرایط طبیعی صادق می باشد . این فرض وقتی که متوسط فاصله آزاد بین مولکولهای جسم با کوچکترین بعد مشخصه مساله مورد نظردریک حد باشند نقض میشود (پویش آزاد میانگین مولکولها فاصله متوسطی است که یک مولکول طی می کند تا به یک مولکول دیگر برخورد کند).با توجه به فرض پیوستار خواص سیال را می توان در یک نقطه تعریف نمود .

تعریف جرم مخصوص در یک نقطه:



شکل ۱-۱



شکل ۱-۲

$$\rho = \lim_{\delta v \to \delta v'} \frac{\delta m}{\delta V} \qquad \delta V' = 10^{-9}\, mm^3$$

[1] ***Continuum***

$\delta v'$ کوچکترین حجمی است که در آن می توان سیال را پیوسته در نظر گرفت. برای مثال برای مایعات و گازها در فشار اتمسفریک مقدار این حجم $10^{-9}mm^3$ می باشد. حجمهای کوچکتر از این مقدار منجر به این مساله می شود، که جرم در فضا توزیع شده است اما در ذرات به عنوان مولکولها ،اتمها و الکترونها و... متمرکز شده است.

در حالت حدی حجم صفر ، ρ بی نهایت (حجم بخشی از هسته)ویا ρ بسیارکوچک (در حجم، جرم وجود ندارد)درنظر گرفته می شود. بنابراین در هر منطقه از میدان جریان می توان جرم مخصوص را به صورت فوق تعیین نمودیعنی جرم مخصوص را در حالت کلی در میدان جریان می توان بصورت زیر نوشت :

$$\rho = \rho(X,Y,Z,t)$$

نکته : درنتیجه فرض پیوستار ، فرض می شود هر خاصیت سیال در هر نقطه از فضا مقدار معینی دارد. از این رو خواص سیال توابع پیوسته ازمکان و زمان در نظر گرفته می شوند.

$$\vec{V} = \vec{V}(x,y,z)$$
$$\rho = \rho(x,y.z) \quad (۳-۱)$$
$$T = T(x,y,z)$$

۱-۴- جرم مخصوص، وزن مخصوص و چگالی

جرم مخصوص (دانسیته)[1]

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (۴-۱)$$

یا جرم مخصوص در یک نقطه :

$$\rho = Lim \frac{\Delta m}{\Delta V} \qquad (۵-۱)$$
$$\Delta v \to \Delta v'$$

$$\rho_w \Big|_{760mmHg}^{4c^0} = 1000 \frac{kg}{m^3} \qquad \text{or} \qquad 1.94 \frac{slug}{ft^3}$$

حجم مخصوص[2]

$$v_s = \frac{1}{\rho} \qquad (۶-۱)$$

وزن مخصوص[3] γ

یک ماده ، وزن واحد حجم آن می باشد که بستگی به محل دارد ووابسته به g است.

(۷-۱)

[1] ***Density***
[2] ***Specific volume***
[3] ***Specific weight***

$$\gamma = \rho g$$

$$\gamma_w = 1000 \times \frac{kg}{m^3} \times 9.806 \times \frac{m}{s^2} = 9806 \frac{N}{m^3}$$

چگالی[1]

$$s = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{\rho}{\rho_w} \qquad (۸-۱)$$

۱-۵-فشار بخار مایع

زمانی که مایع به بخار تبدیل می شود بعد از مدتی که تبدیل مایع به بخار و بخار به مایع به تعادل رسید یعنی سرعت آنها برابر شد فشار نشان داده شده توسط فشارسنج فشار بخار مایع است. برخی از مولکولها از سطح مایعات فرار کرده و به فضای بالای آن می روند این عمل را تبخیر گفته وشدت آن تابع عوامل زیر است . (زمانیکه فشار روی مایع مساوی فشار بخار مایع باشد مایع می جوشد)

۱-انرژی مولکولهای مایع که این به نوبه خود تابع دمای مایع می باشد یعنی هر چه دما بالاتر باشد سرعت تبخیر بیشتر خواهد بود.

۲- ماهیت مایع مثلا بعضی مایعات مثل جیوه در دمای معمولی به کندی تبخیر می شوند در حالی که آب سریعتر از آن تبخیر می گردد.

۳- فشار بالای مایع که هر چقدر پایین تر باشد سرعت تبخیر زیادتر خواهد بود.

۱-۵-۱- پدیده کاویتاسیون[2]

سیالات هنگام حرکت در دستگاهها در بعضی نقاط با فشارهای کم مواجه می شوند واگر چنانچه این فشار پایین تر از فشار بخار اشباعشان (نقطه جوش) باشد در آن نقطه شروع به جوشیدن می کنند و مایع به بخار تبدیل می شود . و اگر حبابهای بخار حاصل در اثر حرکت به نقاط پر فشار انتقال یابند این حبابها مجدداً فرو ریخته و به مایع تبدیل می شوند ، این پدیده رشد و ریزش حبابهای بخار را در اصطلاح کاویتاسیون گویند که در مورد مایعات اثر بسیار نامطلوبی دارد. زیرا :

۱-رشد و ریزش سریع حباب های بخار باعث تشکیل امواج ضربتی در دستگاه گردیده و سبب خوردگی ضربه ای می شود.

۲-حباب های بخار عبور مایع را مشکل کرده و حتی ممکن است باعث توقف کامل جریان گردد.

به عنوان مثال برای طراحی دستگاههایی مثل پمپ باید فشار مایع به گونه ای باشد که از فشار بخار مایع بیشتر باشد تا پدیده کاویتاسیون ایجاد نشود.

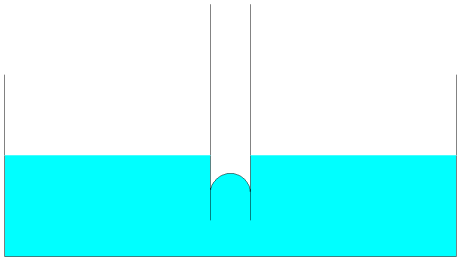
۱-۶-کشش سطحی (σ)[3]

در سطح تماس یک گاز و مایع یا دو مایع غیر قابل اختلاط یک فیلم یا لایه مخصوص به دلیل جاذبه بین مولکولهای زیر سطح مایع،بر روی مایع تشکیل می شود. تشکیل این لایه ممکن است از دیدگاه انرژی سطحی ،یعنی کار مورد نیاز بر واحد سطح برای آوردن مولکولها به سطح رویی ملاحظه شود. بنابراین کشش سطحی که عبارت است از نیروی کششی مورد نیاز برای تشکیل لایه نازک با تقسیم عبارت انرژی سطحی بر طول واحد لایه در حالت تعادل بدست می آید.

---

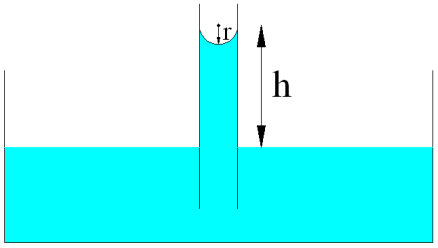
[1] ***Specific gravity***
[2] ***Cavitation***
[3] ***Surface tension***

مولکولهای موجود در داخل مایعات تحت تاثیر نیروی های جاذبه مولکولی می باشند از آنجا که مقدار این نیروها در جهات مختلف مساویست لذا مولکول های موجود در این قسمت بی حرکت خواهند ماند ولی مولکولهای موجود در سطح مایع فقط تحت تاثیر مولکولهای پایین قرار دارند و به طرف پایین کشیده می شوند. نیروئی که دراثرآن مولکولهای سطح مایع به طرف پایین کشیده می شوند به نام نیروی کشش سطحی نامیده می شوند. اگرجاذبه مولکولی مایع بیش از جاذبه مولکولی بین مایع وظرف باشد، شکل زیر حاصل می شود که در این صورت مایع غیر تر نامیده می شود که مثال آن جیوه می باشد.



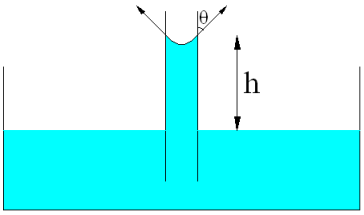
شکل ۱-۳

اگر جاذبه مولکولی بین مولکولهای مایع و ظرف بیش از جاذبه مولکولهای مایع باشد به آن مایع، تر گویند مانند آب که سطح شیشه را تر می کند.



شکل ۱-۴

در حالت آب نیروی کشش سطحی ودر نتیجه ارتفاع آب در لوله موئین بستگی به جنس مایع و زاویه تماس آن با لوله دارد. تعادل مایع در لوله نتیجه تاثیر دو نیروی مخالف یکدیگر است . یکی از نیروها نیروی کشش سطحی است که جهت آن رو به بالاست و دیگری نیروی وزن مایع است که به سمت پایین است .



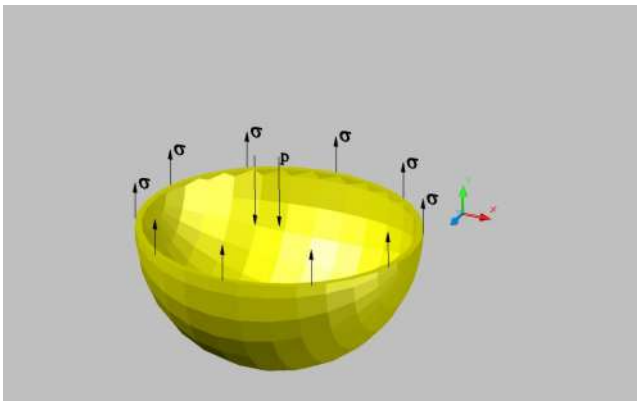
شکل ۱-۵

که $h\gamma = p$ نیروی کشش سطحی در جهت عمودی $= 2\pi r\sigma\cos\theta = \pi r^2 h\gamma = \pi r^2 p$

$$\Rightarrow p = \frac{2\pi r\sigma\cos\theta}{\pi r^2} = \frac{2\sigma\cos\theta}{r} \quad (۹-۱)$$

دراثر کشش سطحی، فشار درون قطرها یا فواره های کوچک آب افزایش می یابد.

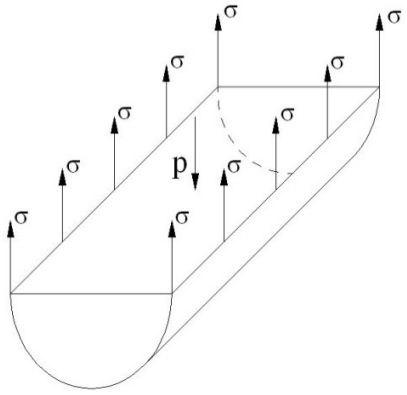
فشار درون قطره



شکل ۱-۶

$$p\pi r^2 = 2\pi r\sigma \Rightarrow p = \frac{2\sigma}{r} \quad (۱۰-۱)$$

فشاردرون جت آب استوانه ای



شکل ۱-۷

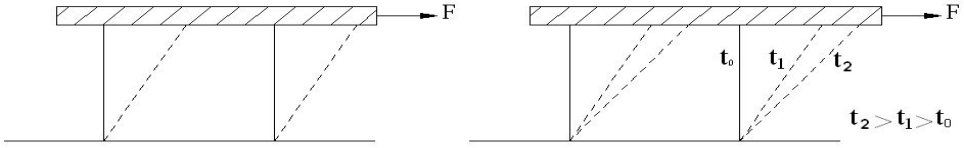
$$2\sigma L = 2rLp \Rightarrow p = \frac{\sigma}{r}$$

فشار درون یک حبا ب

$$p = \frac{4\sigma}{r} \quad (۱۱-۱)$$

۱-۷- سیال[۱]

منظور از سیال گاز یا مایع می باشد. سیال عبارت است از ماده ای که تحت تاثیر تـنش برشـی($Shear\ \ stress$) قـرار گیـرد مداوماً تغییر شکل $(Deformation)$ می د هد هر چند که آن تنش برشی کوچک باشد.در شکل زیر رفتار یک سـیال بـا رفتار یک جامد تحت یک نیروی برشی ثابت مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود جسم جامد تحت یک نیروی برشـی معین تغییر شکل می دهد در حالیکه یک سیال تحت هر نیروی برشی (هرچند کوچک) بطور مداوم تغییر شکل می دهد.

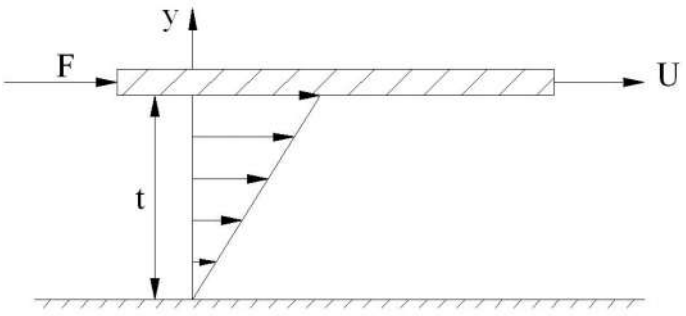


رفتار یک جسم سیال تحت اثر یک نیروی برشی ثابت رفتار یک جسم جامد تحت اثر یک نیروی برشی ثابت

شکل ۱-۸

اگر شکل زیر را در نظر بگیریم که بین یک صفحه ساکن ویک صفحه متحرک یک سیال قرار گرفته باشد و صفحه بالایی با نیروی F و سرعت U به سمت راست به حرکت در آورده شود.

[۱] ***Fluid***



شکل ۱-۹

ذرات سیال که به صفحه متحرک چسبیده اند با سرعت U حرکت می کنند و نمودار سرعت به صورت بالا در می آید. آزمایشات تجربی نشان می دهند که اگر سایر کمیت ها ثابت باشند ، F به طور مستقیم با A و U و بطور معکوس با ضخامت t متناسب می باشد.

$$F \propto \frac{Au}{t} \Rightarrow F = \mu \frac{Au}{t}$$

$$\tau = \frac{F}{A} \Rightarrow \tau = \mu \frac{u}{t}$$

نسبت $\frac{u}{t}$ نرخ تغییر شکل زاویه ای سیال می باشد که می توان آن را به صورت $\frac{du}{dy}$ نیز نوشت زیرا $\frac{u}{t}$ و $\frac{du}{dy}$ هر دو بیانگر حاصل تقسیم تغییر سرعت در فاصله ای که در طول آن تغییر سرعت رخ می دهد می باشند. بنا براین می توان نوشت:

$$\Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (۱۲-۱)$$

به این قانون، قانون ویسکوزیته نیوتن گویند که در آن μ ضریب ویسکوزیته یا ضریب لزجت یا ضریب گرانروی گویند.

قانون ویسکوزیته نیوتن[۱]

تنش برشی τ	$\propto$	$\frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy}$

ویسکوزیته خاصیتی از ماده است که به موجب آن سیال در برابر برش مقاومت می کند. ویسکوزیته یک سیال از دو چیز ناشی می شود : ۱- چسبندگی $(Cohesivenes)$ ۲- انتقال مقدار حرکت $(Momentum\ \ Transfer)$
در مورد مایعات عامل اول و در مورد گازها عامل دوم مهم است.

[۱] ***Newton Law Of Viscosity***

واحد ویسکوزیته:

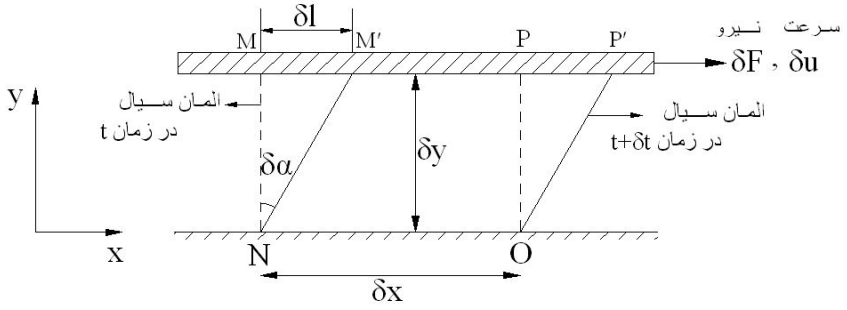
$$Dimension of\ viscosity: \mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{FL^{-2}}{\frac{LT^{-1}}{L}} = \frac{F.T}{L^2}$$

واحد μ در سیتم SI: $\frac{F.T}{L^2} = \frac{N.\sec}{m^2} = \frac{kg.\frac{m}{s^2}.s}{m^2} = \frac{kg}{m.s}$

در سیستم cgs: $1 poise = 1\frac{gr}{cm.s}$

تنش برشی در قانون ویسکوزیته نیوتن معرف انتقال ممنتوم نیز است که انتقال ممنتوم از سرعت بیشتر به سرعت کمتر صورت می گیرد. وقتی که سیال در جهت x به حرکت در می آید در جهت y از بالا به پایین انتقال ممنتوم داریم اگر مانند شکل جهت افزایش y مثبت در جهت افزایش سرعت باشد du/dy مثبت است ولی اگر بر خلاف هم باشند du/dy منفی است لذا یک علامت منفی در رابطه باید منظور کرد.

می توان نشان داد که گرادیان سرعت(du/dy) همان نرخ تغییر شکل زاویه ای سیال است. اگر رفتار یک المان سیال را بین دو صفحه در شکل زیر در نظر بگیریم. صفحه فوقانی با سرعت ثابت δu تحت تاثیر نیروی $\delta\vec{F}$ در حال حرکت است . تنش برشی وارده بر المان سیال به صورت زیر خواهد بود .



$$\tau_{yx} = \lim \frac{\delta F_x}{\delta A_y} = \frac{dF_x}{dA_y}$$

$$\delta A_y \to 0$$

شکل ۱-۱۰

که δA_y سطح المان سیال است که با صفحه فوقانی در تماس است. در زمان δt المـان سـیال از حالـت $OPMN$ بـه حالـت $\mathrm{OP'M'N}$ تغییر شکل داده است بنابراین شدت تغییر شکل به صورت زیر می باشد:

$$\Rightarrow Lim \frac{\delta\alpha}{\delta t} = \frac{d\alpha}{dt}$$
$$\delta t \to 0$$

سیال وقتی نیوتنی است که تنش برشی وارده بر آن متناسب با شدت تغییر شکل باشد:

$$\tau_{yx} \quad \propto \quad \frac{d\alpha}{dt}$$
$$\delta L = \delta u.\delta t$$

وقتی که $\delta\alpha$ کوچک باشد بنابراین :

$$\tan\delta\alpha \approx \delta\alpha = \frac{\delta L}{\delta y}$$
$$\Rightarrow \frac{\delta\alpha}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y} \Rightarrow \text{ در شرایط حدی } \frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$$

بنابراین گرادیان سرعت همان نرخ تغییر شکل زاویه ای سیال است.

شرط بدون لغزش[1]

در سطح تماس سیال و جامد سرعت سیال با سرعت جامد برابر است یعنی مولفه مماسی سرعتهای سیال و جامد در سطح تماس برابرند.

ویسکوزیته سینماتیکی[2]

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \qquad \rho = density$$
$$Dimension\,of\,\upsilon = \frac{FT/L^2}{ML^{-3}} = L^2T^{-1} \Rightarrow \frac{m^2}{s}, \frac{fl^2}{s} \qquad (۱۳-۱)$$

در cgs:

$$1Stok = 1\frac{cm^2}{s}$$

تفاوت عمده دو ضریب ویسکوزیته دراین است که چون در ضریب υ جرم مخصوص (ρ) دخالت د ارد لـذا بـر خـلاف ضـریب ویسکوزیته دینامیکی (μ) ضریب υ تابع فشار است زیرا فشار در ρ موثر است .

سیال نیوتنی

به سیالی که در آن تنش برشی مستقیماً با شدت تغییر شکل آن متناسب باشد سیال نیوتنی گویند. اکثر سیالاتی از قبیل آب و هوا تحت شرایط عادی نیوتنی هستند. در سیال نیوتنی ضریب ویسکوزیته مستقل از تنش برشی یا گرادیان سرعت می باشد و یک سیال نیوتنی از قانون ویسکوزیته نیوتن تبعیت می کند.

---

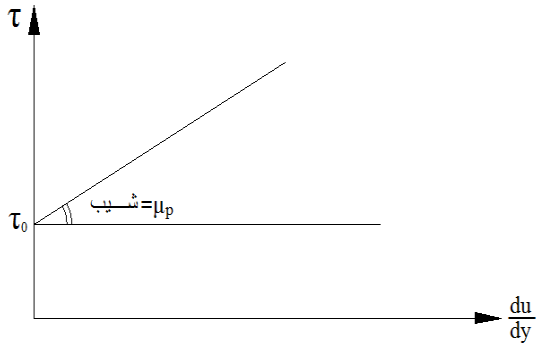
[1] ***No slip***
[2] ***Kinematic viscosity***

سیال غیر نیوتنی

در موردسیال غیر نیوتونی ضریب ویسکوزیته تابعی از گرادیان سرعت می باشد. گریس و خمیر دندان سیالات غیرنیوتنی هستند که رابطه تنش برشی و گرادیان سرعت در آنها یا از رابطه بینگهام یا توانی پیروی می کند.

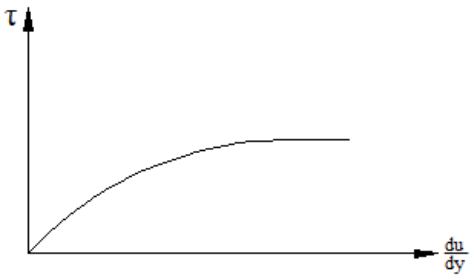
رابطه بینگهام بصورت زیر است:

$$Bingham: \tau = \tau_0 + \mu_P \frac{du}{dy} \quad , \mu_P: plastic \;\; Vis\cos ity \quad (۱۴-۱)$$



شکل ۱-۱۱

که در این رابطه τ_0 تنش برشی تسلیم است و μ_P نیز ویسکوزیته پلاستیک نامیده می شود.



شکل ۱-۱۲

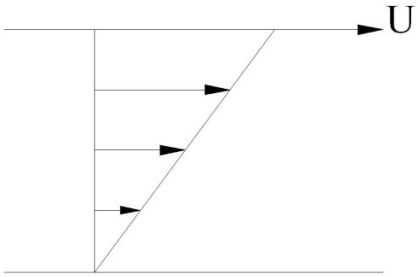
رابطه توانی بصورت زیر است:

$$Power\ Law: \quad \tau = k\left(\frac{du}{dy}\right)^n \quad (۱۵-۱)$$

$k = Consistency\ index$

$n = Rheo\log ical$ index

مثال۱-۳- صفحه ای به قطر $100mm$ موازی به فاصله $3mm$ از یک صفحه ساکن قرار دارد و بین آنها سیالی با گرانروی $0.15\ \text{kg/m.s}$ واقع است نیروی لازم برای حرکت آن با سرعت $5\ \text{m/s}$ را حساب کنید . فرض کنید سرعت به طور خطی بین دوصفحه تغییر می کند؟



$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u-0}{t-0}$$

$$\mu = 0.15 \frac{kg}{m.s}, A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times 0.1^2}{4} m^2$$

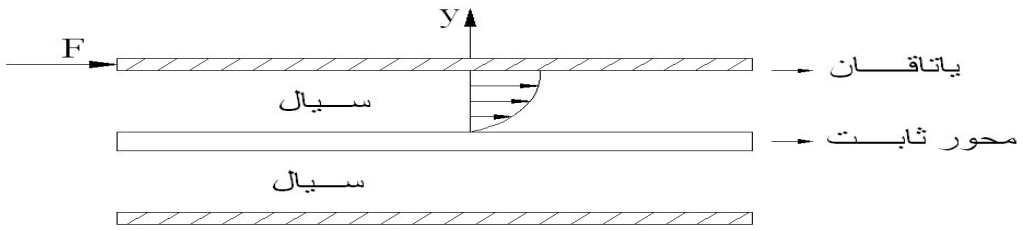
$$u = 5m/s$$

$$x = 3mm = 0.003m$$

$$\tau = \mu \frac{u}{t} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = \mu \frac{Au}{t}$$

$$\Rightarrow F = \frac{0.15 \times \pi \times (0.1)^2 \times 5}{4 \times 0.003} = 1.96N$$

مثال۱-۴- یک سیال نیوتنی در فضای ناچیز بین یک محور و یاتاقان آن قرار دارد اگر نیروی $500\ N$ به یاتاقان وارد شود سرعت یاتاقان $1\ \text{m/s}$ است اگر نیروی $1500\ N$ اعمال شود سرعت چقدر است ؟



$$\mu = cte \ , F_1 = 500N, F_2 = 1500N, \ u_1 = 1m/s \ , u_2 = ?$$

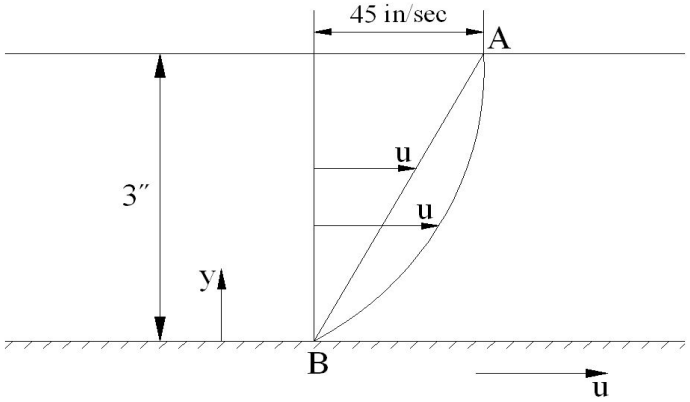
$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u}{t}$$

به علت کوچک بودن ضخامت لایه سیال $dy = t$ گرفتیم.

$$\Rightarrow \frac{F_1}{A} = \mu \frac{u_1}{t}, \frac{F_2}{A} = \mu \frac{u_2}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{u_1}{u_2} \Rightarrow \frac{500}{1500} = \frac{1}{u_2} \Rightarrow u_2 = 3m/s$$

مثال۱-۵- مایعی دارای ضریب ویسکوزیته $\mu = 0.001\ lb_f.s/ft^2$ و $S = 0.913$ مطلوب است محاسبه گرادیان سرعت و میزان تنش برشی در بستر و نقاطی که به ترتیب به فواصل ۱و۲و۳ اینچ از بستر قرار دارند در هر یک از حالات زیر :
الف)در حالتی که توزیع سرعت ها به صورت خطی باشد. ب)در حالیتکه توزیع سرعت ها به شکل یک سهمی باشند. در این حالت راس سهمی در نقطه A و مبدا مختصات در B می باشد .



الف) در y=0 شرط بدون لغزش داریم.

$$u = ay + b$$
$$at\ y = 0 \rightarrow u = 0$$
$$at\ y = b \rightarrow u = 45$$
$$0 = 0 + b \Rightarrow b = 0$$

$$45 = a \times 3 + 0 \Rightarrow a = 15s^{-1}$$

$$u = 15y \Rightarrow \frac{du}{dy} = 15, \tau = \mu \frac{du}{dy} = 15 \rightarrow \mu = 0.001 \times 15$$

$$\Rightarrow \tau = 0.015 \frac{lb_f}{Ft^2}$$ مستقل از (y)

ب)

$$u = ay^2 + by + c$$

$$at\ y = 0 \rightarrow u = 0$$

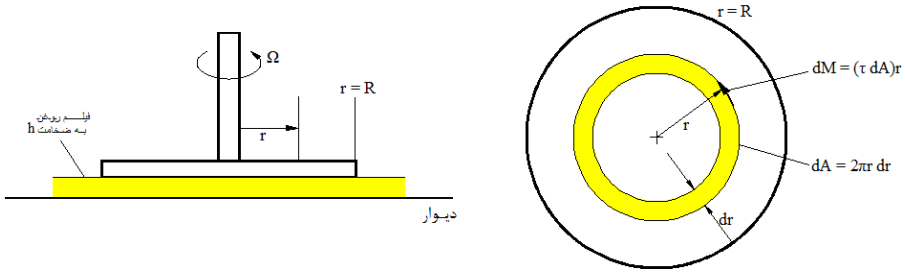
$$at\ y = 3 \rightarrow u = 45 \qquad \frac{du}{dy} = 0$$ در راس سهمی $\Rightarrow 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

$$\begin{cases} 9a + 3b = 45 \\ 6a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -5, b = 30 \Rightarrow \begin{cases} 45 = 9a + 3b \\ \\ \frac{du}{dy} = 2ay + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = -5y^2 + 30y \Rightarrow \frac{du}{dy} = -10y + 30$$

y	u	$\frac{du}{dy}$	$\tau = 0.001\left(\frac{du}{dy}\right)$ (lb_f/ft^2)
0	0	30	0.030
1	25	20	0.020
2	40	10	0.010
3	45	0	0.000

مثال۱-۶-فیلم روغن با ویسکوزیته μ و ضخامت h که $h \lll R$ بین دیوار و یک دیسک دایره ای وجود دارد و دیسک با سرعت زاویه ای Ω می چرخد. رابطه ای برای گشتاور لازم برای چرخش دیسک پیدا کنید؟

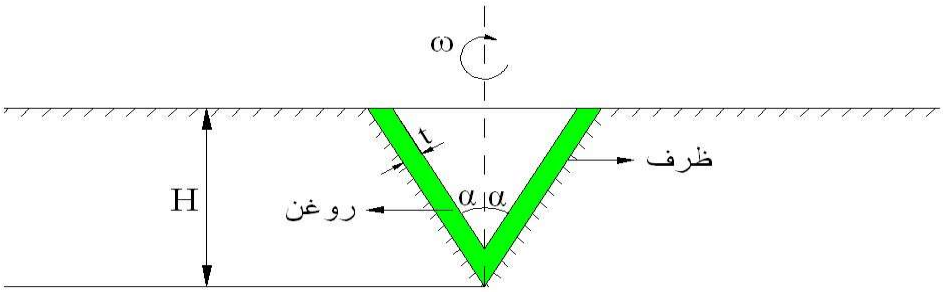


$$\Rightarrow T = \int r.dF, \tau = \mu\frac{du}{dy} \Rightarrow \frac{dF}{dA} = \mu\frac{du}{dy}$$

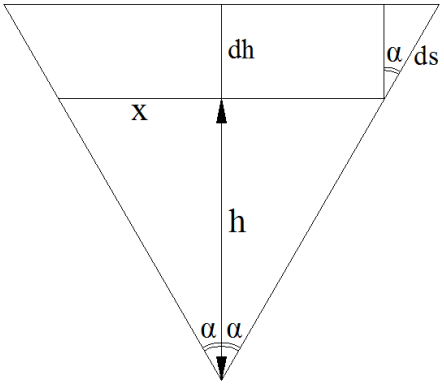
$$\Rightarrow dF = \mu\frac{du}{dy}.dA \Rightarrow \qquad \frac{du}{dy} = \frac{u}{t} = \frac{r\Omega}{t} \quad , \quad dA = 2\pi r dr$$

$$T = \int r\frac{\Omega r}{h}(2\pi r dr)r \Rightarrow T = \frac{\pi\mu\Omega R^4}{2h}$$

مثال۱-۷-یک مخروط با سرعت زاویه ای ω در داخل ظرفی می چرخد که بین ظرف و مخروط لایه ای از روغن وجود دارد . میزان گشتاور لازم جهت چرخیدن مخروط را پیدا کنید؟



دور تا دور مخروط یک المان می گیریم .



$$\Rightarrow T = \int x.dF, \tau = \mu\frac{du}{dy} \Rightarrow \frac{dF}{dA} = \mu\frac{du}{dy}$$

$$\Rightarrow dF = \mu\frac{du}{dy}.dA \Rightarrow \qquad \frac{du}{dy} = \frac{u}{t} = \frac{xw}{t} \qquad , \qquad dA = 2\pi x ds$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{dh}{ds} \Rightarrow ds = \frac{dh}{\cos\alpha}$$

$$tag\alpha = \frac{x}{h} \Rightarrow x = htag\alpha$$

$$\Rightarrow T = \int \left(\mu\frac{\omega x}{t} \times 2\pi ds\right).x = \frac{2\pi\mu\omega}{t}\int x^3 ds$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi\mu\omega}{t}\int (htg\alpha)^3 \frac{dh}{\cos\alpha} = \frac{2\pi\omega\,\mu tag^3\alpha}{t\cos\alpha}\int_0^H h^3 dh = \frac{2\pi\omega tg^3\alpha}{t\cos\alpha}.\frac{1}{4}H^4$$

$$= \frac{\pi\omega\mu\, tg^3\alpha}{2t\cos\alpha} H^4 \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\pi\mu\,\omega tg^4\alpha\, H^4}{2t\sin\alpha}$$

۱-۸-مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک)[1]

قابلیت تراکم یک مایع به وسیله مدول الاستیسیته بالک بیان می شود.

$$m=\rho V \Rightarrow dm=\rho dv+vd\rho$$
$$m=cte \Rightarrow dm=0 \qquad (۱۶-۱)$$
$$\Rightarrow -\frac{dv}{v}=\frac{d\rho}{\rho}$$

$$\rho=f(p,T)$$

ضریب قابلیت تراکم یک سیال در دمای ثابت T ،تحت فشار P بوسیله رابطه زیر تعریف می شود .

$$\frac{d\rho}{\rho}=\beta\, dp \qquad (۱۷-۱)$$

که در آن $d\rho$ افزایش جرم مخصوص سیال در اثر افزایش فشار dp تحت دمای ثابت T می باشد . و β نیز ضریب قابلیت تراکم سیال در دمای ثابت است .

$$(۱۶-۱),\ (۱۷-۱) \Rightarrow \beta=-\frac{dv/v}{dp} \qquad (۱۸-۱)$$

که واحد β ضریب تراکم پذیری عکس فشار است .

و علامت منفی برای این استکه تغییرات حجم و فشار در جهت عکس یکدیگر هستند.

$$bulk\ Modulus\ k=\frac{1}{\beta}=-\frac{dp}{dv/v} \qquad (۱۹-۱)$$ ضریب ارتجاع

چون فشار پذیری مایعات در مقابل گازهای بسیار جزئی است لذا مقدار β برای مایعات نسبت به گازها خیلی کم بوده و یا به عکس مقدار K برای آنها خیلی بیشتر می باشد.

$K_w=2.068\times10^9\ N/m^2$ دردرجه حرارت معمولی

مثال۱-۸-فشار$100\ N/m^2$به یک متر مکعب آب وارد شده است تغییرحجم آن چقدراست؟

$$P_2-P_1=100N/m^2$$
$$V=1m^3, dV=V_2-V_1=?$$
$$K=-\frac{dp}{dV/V}$$

چون dV کوچک است می توان به جای dp و dV از Δp و Δv استفاده کرد که به سمت صفر میل می کنند.

روش اول:

[1] ***Bulk modulus elasticity***

$$k = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} \Rightarrow k = -\frac{p_2 - p_1}{\frac{V_2 - V_1}{V}}$$

$$\Rightarrow 2.068\times10^{9} = -\frac{100}{\frac{\Delta V}{1}} \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = -\frac{100}{2.068\times10^{9}}\, m^3$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{-1}{2.068\times10^{7}}\, m^3 \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{1}{2.068\times10^{7}}\, m^3$$

روش دوم:

$$K = \frac{-dp}{\frac{dV}{V}} \Rightarrow \int_{P_1}^{p_2} -dp = \int_{v_1}^{v_2} k\,\frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \left[-p\right]_{p_1}^{p_2} = k\left[LnV\right]_{v_1}^{v_2} \Rightarrow p_1 - p_2 = kLn\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{P_1 - P_2}{K} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = e^{\frac{p_1 - p_2}{k}}$$

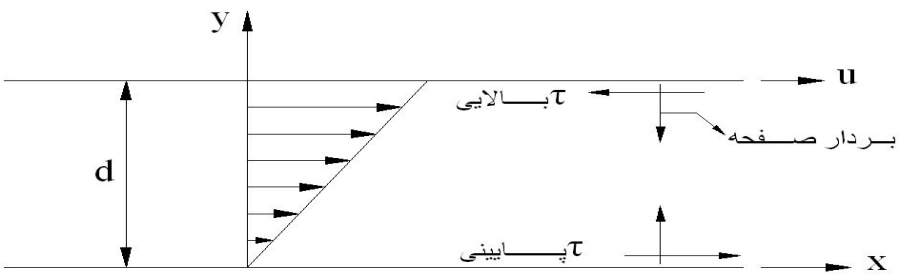
$$V_2 = V_1 e^{\frac{p_2 - p_1}{k}} = V_2 = 1e^{\frac{-100}{2.068\times10^{9}}} = 0.999999951 \quad m^3$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = 1 - 0.999999951 \quad = 4.83\times10^{-8} m^3 = 0.0483\ cm^3$$

قرار داد علامت برای تنش

یک مولفه تنش مثبت است هر گاه جهت مولفه **تنش** و صفحه ای که تنش بر آن وارد می شود هر دو مثبت یا هر دو منفی باشند .مولفه های تنش منفی هستند هر گاه جهت مولفه تنش و صفحه ای که تنش بر آن اثر می کند دارای علامت مخالف باشند.

صفحه بالایی :



شکل ۱-۱۳

صفحه بالایی یک سطح y منفی است بنابراین τ_{yx} مثبت در جهت x منفی اثر می کند. صفحه پایینی یک سطح y مثبت است . بنابراین τ_{yx} مثبت در جهت x مثبت اثر می کند.

مسائل

۱-۱- موادی را که رفتار آنها (در دمای ثابت) در جدول زیر ارائه شده است، طبقه بندی کنید.

(الف)

du/dy , rad/s	0	3	4	6	5	4
, kPa : τ	2	4	6	8	6	4

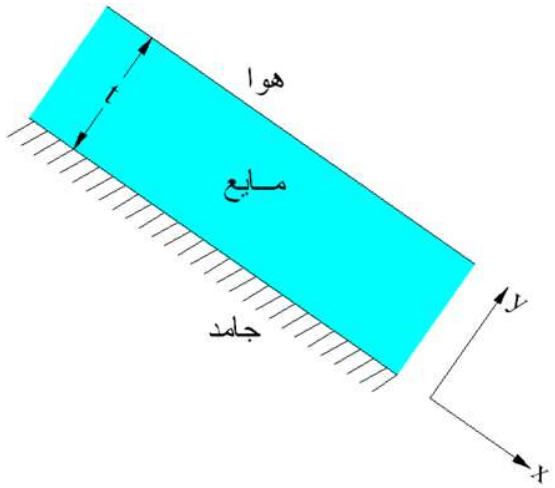
ب)

du/dy , rad/s	0	0.5	1.1	1.8
, kPa :τ	0	2	4	6

(ج)

du/dy , rad/s	0	0.3	0.6	0.9	1.2
, kPa :τ	0	2	4	6	8

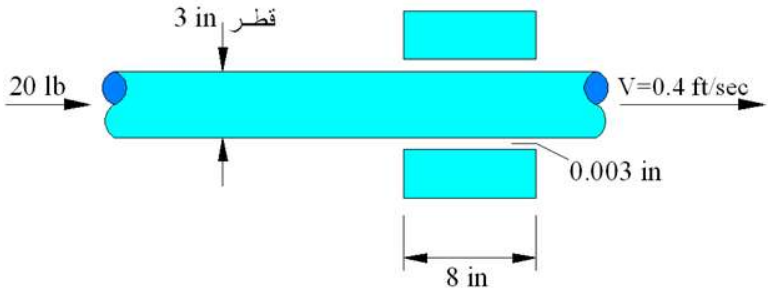
۱-۲- یک مایع نیوتونی مطابق شکل زیر بر روی یک صفحه شیبدار به صورت لایه نازکی به ضخامت t جریان دارد. سطح آزاد مایع در تماس با هواست که تقریباً هیچگونه مقاومتی در مقابل جریان ندارد. از قانون لزجت نیوتن استفاده کنید و مقدار du/dy در روی سطح مایع را مشخص کنید. امتداد y عمود بر صفحه شیبدار است. آیا انتظار می رود که تغییرات u با y خطی باشد؟



۱-۳- شتاب جاذبه استاندارد در سطح یک سیال $3\ m/s^2$ است. وزن $400\ L$ مایع با جرم مخصوص $800\ kg/m^3$ در این سیاره چقدر است؟

۱-۴- نرخ تغییر شکل زاویه ای یک سیال نیوتنی تحت تنش برشی $4\ N/m^2$ برابر $100\ rad/s$ است. لزجت سیال را به دست آورید.

۱-۵-لزجت سیال بین محور و غلاف را برای شکل زیر تعیین کنید.



۱-۶- نیروی $F=4i+3j+9k$ بر روی یک سطح مربعی به ابعاد $2\ cm$ در $2\ cm$ که در صفحه xy قرار دارد اثر می کند. نیرو را به یک مؤلفهٔ عمودی و یک مؤلفهٔ مماسی تجزیه کنید. فشار و تنش برشی را به دست آورید. محاسبات را برای نیروی $F=4i+3j-9k$ تکرار کنید.

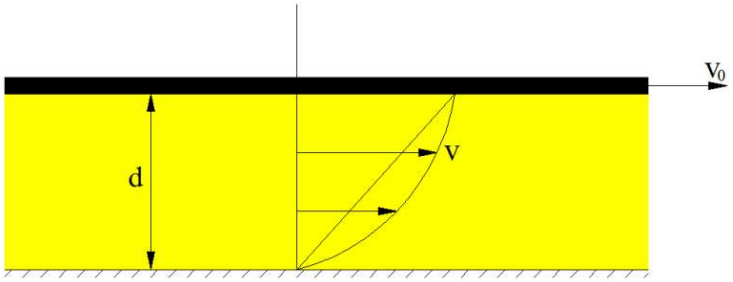
۱-۷- مدول الاستیسیتهٔ حجمی آب $2.2\ Gpa$ است. چه فشاری لازم است تا حجم آب 0.5 درصد کاهش یابد؟

۱-۸- پمپی آب $20\ ^{\circ}C$ را منتقل می کند. در چه فشاری می توان انتظار داشت که در ورودی پمپ کاویتاسیون رخ دهد؟

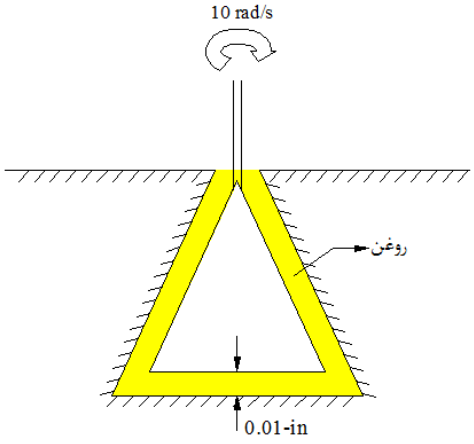
۱-۹- استوانه ای فولادی به قطر $25\ mm$ و طول $300\ mm$ درون لوله ای با قطری اندکی بیشتر ازقطر استوانه با سرعت یکنواخت $0.1\ m/s$ حرکت می کند. بین استوانه و لوله لایه ای از روغن کرچک با ضخامت ثابت قرار گرفته است.اگر چگالی نسبی فولاد 7.85و درجه حرارت $38^{\circ}C$ باشد لقی بین لوله و استوانه فولادی را محاسبه کنید.

۱-۱۰- جسمی با وزن $120\ lb$ با مساحت $2\ ft^2$ با سرعت $3ft/s$ برروی سطح شیبداری که با افق زاویه 30 درجه دارد به سمت پایین می لغزد. اگر لزجت بین دو سطح $0.002\ lb_f.sec/ft^2$ باشد ضخامت لایه روغن را محاسبه کنید؟

۱-۱۱- یک صفحه بزرگ روی لایه ای از روغن نسبت به صفحه ساکنی با سرعت V_0حرکت می کند.اگر پروفایل سرعت سهمی باشد و سرعت روغن متصل به هر یک از صفحات با سرعت آنها برابر باشد تنش برشی وارده از روغن به صفحه متحرک چه قدر است؟ اگر پروفایل سرعت خطی فرض شود تنش برشی مزبور چه قدرخواهد بود؟



۱-۱۲- یک جسم مخروطی با سرعت ثابت$10\ rad/s$ دوران می کند. فیلمی از روغن با ضریب لزجت $4.5 \times 10^{-3}\ lb_f.sec/ft^2$ مخروط را از محفظه اش جدا می کند.ضخامت فیلم $0.01\ in$ است.چه گشتاوری برای برقراری این حرکت لازم است؟ شعاع قاعده مخروط $2\ in$ و ارتفاع آن $4\ in$ می باشد.از فرض پروفایل سرعت خطی و قانون لزجت نیوتن استفاده کنید.

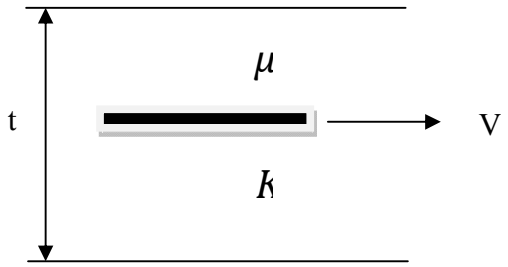


۱-۱۳- لزجت آب در دمای $68\ ^{\circ}F$ برابر $2.11 \times 10^{-5}\ lb.s/ft^2$ باشد لزجت سینماتیکی آن در همین شرایط چقدر است؟ لزجت سینماتیک آب بر حسب استوک چقدر است؟

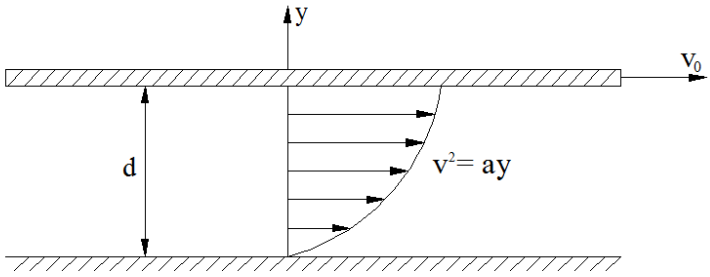
۱-۱۴- ر لوله ای جریان دارد. فاصله پروفایل سرعت که در یک مقطع نشان داده شده با رابطه زیر داده می شود:

که β مقداری ثابت r فاصله شعاعی از محور لوله و V سرعت در هر فاصله r می باشد.تنش برشی τ وارده از آب به جداره لوله چقدر است؟ تنش برشی در فاصله $r = \frac{D}{4}$ چقدر است؟

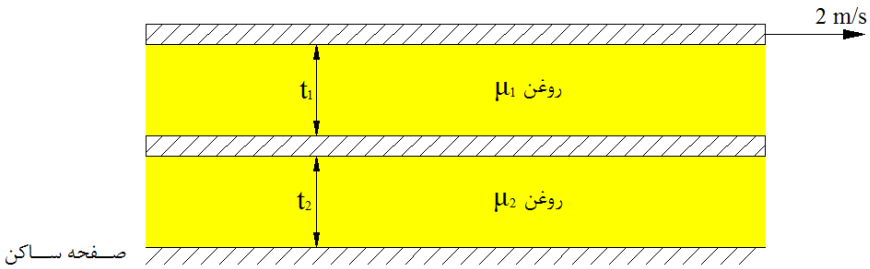
۱-۱۵- یک ورقه نازک و با مساحت زیاد بین دو سطح ثابت که به فاصله کم t ازهم قراردارند طبق شکل حرکت داده می شود.اگر در یک طرف صفحه متحرک روغن با گرانروی μ و درطرف دیگرآن روغن با گرانروی $K\mu$ وجود داشته باشد صفحه متحرک باید در چه فاصله ای از سطح پایین قرار گیرد تا نیروی لازم جهت کشیدن آن با سرعت ثابت V حداقل باشد؟



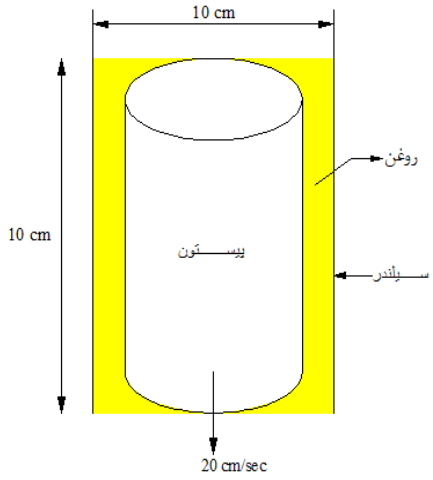
۱-۱۶- در شکل زیر سیالی با لزجت μ بین دوصفحه قرار دارد به طوری که صفحه پایینی ثابت و صفحه بالایی با سرعت V_0 حرکت می نماید. اگر توزیع سرعت بین این دو صفحه به صورت سهمی باشد تنش برشی اعمال شده ازسیال بر صفحه متحرک کدام است؟



۱-۱۷- مطابق شکل صفحه بالایی با سرعت 2 m/s به سمت راست در حرکت بوده و صفحه پایینی بین دو لایه روغن به لزجتهای μ_1 وμ_2 و به ضخامت t_1 و t_2 می تواند آزادانه حرکت نماید.در صورتی که $\mu_{1=0.1\,pa.s}$ ، $\mu_{2=0.05\,pa.s}$ و $t_2 = 1\,mm$,$t_1 = 2\,mm$ سرعت صفحه پایینی چقدر است؟



۱-۱۸- پیستونی با دانسیته $8\ gr/cm^3$ در داخل سیلندری که آغشته به یک لایه نازک از روغن به ضخامت $0.1\ mm$ است با سرعت ثابت $20\ cm/s$ مطابق شکل در حرکت است.ویسکوزیته روغن چقدر است؟



۱-۱۹- توزیع برای جریان آرام بین دو صفحه موازی ثابت، با رابطه زیر بیان می شود:

h فاصله بین صفحات است.مبدأ مختصات در وسط فاصله بین صفحات قرار دارد. دمای آب $15\ ^oC$ و $u_{max}= 0.30\ ^m/_s$ و $h=0.50\ mm$ است. تنش برشی بر صفحه بالایی را محاسبه و جهتش را نیز مشخص کنید.

۱-۲۰- برای عایق نمودن یک سیم مغناطیسی از پوشش روغن جلا استفاده شده است.برای این کار سیم را از یک حدیده دایره ای شکل به قطر $0.9\ mm$ عبور می دهیم. قطر $0.8\ mm$ سیم ودروسط حدیده قرار می گیرد. روغن جلا (با لزجت $\mu = 20 \times 10^{-3}\ N.s/\ m^2$) به طور کامل فضای بین سیم و حدیده را برای طولی معادل $20\ mm$ پر می کند. سیم با سرعت $50\ ^m/_s$ از حدیده کشیده می شود. نیروی لازم برای کشیدن سیم را تعیین کنید.

۱-۲۱-یک محور با قطر خارجی $18\ mm$ با سرعت ۲۰ دور در ثانیه در داخل یک بلبرینگ ثابت به طول $60\ mm$ دوران می کند. یک لایه نازک روغن به ضخامت $0.2\ mm$ فضای هم مرکز بین محور و بلبرینگ را پر می کند. گشتاور لازم برای دوران محور $0.0036\ N.m$ است.لزجت روغن پر کننده شکاف را حساب کنید.

۱-۲۲-صفحه متحرکی به مساحت $50\ cm^2$ بین دو صفحه ساکن مطابق شکل زیر قرار گرفته است.فضای بین صفحات با سیالات نیوتونی پر شده است. با توجه به اطلاعات شکل نیروی لازم برای کشیدن صفحه با سرعت ثابت را بدست آورید.